

Resistencia y Ley de Ohm

D. Sierra-Porta

Índice

1. Introducción	1
2. Corriente eléctrica	3
3. La ley de Ohm	5
3.1. Resistividad	6
3.2. La redefinición de la ley de Ohm	9

1. Introducción

La corriente eléctrica o como la definiremos, el flujo de carga eléctrica, es indispensable para la sociedad moderna. Las tostadoras usan corriente eléctrica para calentar; los motores eléctricos usan corriente eléctrica para producir movimiento; y la radio, la televisión y el teléfono usan corriente eléctrica para las comunicaciones. Este capítulo trata sobre la corriente eléctrica y las fuentes de energía que la impulsan. Estas fuentes de energía que causan corriente se denominan fuerzas electromotrices, o emfs.

Las verdaderas fuerzas actúan localmente y tienen unidades de newtons (N). La definición de fem, sin embargo, no es local. Es el trabajo por unidad de carga para una ruta específica y , por lo tanto, involucra todos los puntos a lo largo de la ruta, no un solo punto. Su símbolo algebraico es ϵ , y tiene unidades de $J/C=V$ (voltios).

Antes de ver qué es la resistencia, es necesario comprender un poco sobre la corriente y lo que es. Esencialmente, un flujo de corriente en un material consiste en un movimiento de electrones en una dirección. En muchos materiales hay electrones libres que se mueven aleatoriamente dentro de la estructura. Si bien estos se mueven al azar, no hay flujo de corriente, porque el número que se mueve en una dirección será igual al número que se mueve en la otra. Solo cuando un potencial causa una deriva en una dirección particular, se puede decir que fluye una corriente.

La resistencia es el obstáculo para el flujo de electrones en el material. Si bien una diferencia potencial a través del conductor estimula el flujo de electrones, la resistencia lo desalienta. La velocidad a la que fluye la carga entre dos terminales es una combinación de estos dos factores.

Si se colocan dos conductores diferentes en un circuito, entonces la cantidad de corriente encontrada para fluir en cada uno puede no ser la misma. Hay un número de razones para esto:

- La primera es la facilidad con la que los electrones pueden moverse dentro de la estructura del material. Si los electrones están fuertemente unidos a la red cristalina, entonces no será fácil liberarlos para que pueda haber una deriva de electrones en una dirección particular. En otros materiales hay muchos electrones libres que se desplazan aleatoriamente alrededor de la red. Son estos materiales los que permiten que una corriente fluya más fácilmente.
- Otro factor que afecta la resistencia eléctrica de un artículo es su longitud. Cuanto más corta es la longitud del material, menor es su resistencia general.
- El tercero es el área de la sección transversal. Cuanto más ancha es el área de la sección transversal, menor es la resistencia, ya que hay más área a través de la cual puede fluir la corriente. En la mayoría de los casos, los conductores deben llevar corriente con la menor resistencia posible. Como resultado, el cobre se usa ampliamente porque la corriente fluye fácilmente dentro de su estructura. Además, su área de sección transversal es lo suficientemente amplia como para transportar la corriente sin ninguna resistencia indebida.

En algunos casos es necesario tener elementos que resistan el flujo de corriente. Estos elementos se llaman resistencias y están hechos de materiales que no conducen electricidad, así como materiales como el cobre u otros metales.



Fig. 1: Estos elementos se llaman resistencias y están hechos de materiales que no conducen electricidad, así como materiales como el cobre u otros metales.

El concepto de resistencia no siempre es fácil de entender porque no es posible ver visiblemente las cantidades involucradas: el voltaje, la corriente y la resistencia en sí son cantidades bastante invisibles a simple vista, aunque pueden detectarse y medirse de varias maneras.

Una analogía que ayuda a introducir el concepto de resistencia es la de un tanque de agua con una tubería que baja desde él. Si bien no queremos llevar la analogía demasiado lejos, ayuda explicar el concepto básico.

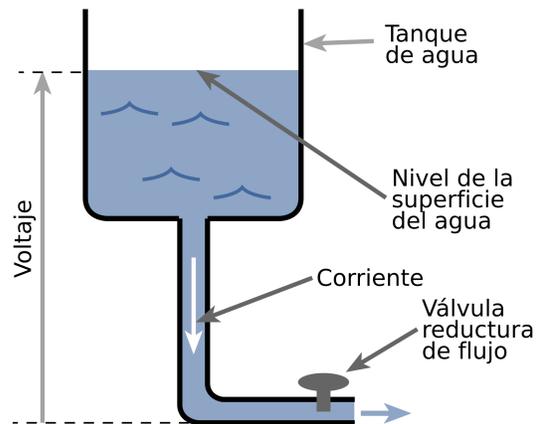


Fig. 2: Se puede imaginar a partir de la analogía del sistema de tanque de agua, que al aumentar el voltaje en un circuito eléctrico aumentará el nivel de flujo de corriente.

En esta analogía, la presión del agua causó pero la altura del agua es análogo al voltaje, el flujo de agua es análogo a la corriente y la restricción del flujo de agua causada por la tubería es análogo a la resistencia. Se puede ver que si la tubería se estrechara o se añadiera un grifo, el flujo de agua se restringiría aún más y fluiría menos agua. Esto sería análogo a aumentar la resistencia en un circuito eléctrico, y esto reduciría el flujo de corriente. En un circuito simple que comprende una batería o fuente de voltaje y una resistencia, suponiendo que los cables de conexión no tengan resistencia, cuanto mayor sea la resistencia, menor será la corriente que fluirá. El grifo en la analogía del sistema de agua corresponde a cambiar la resistencia de la resistencia.

Cuando el grifo está apagado, esto es equivalente a un interruptor que detiene cualquier flujo de corriente en el circuito eléctrico.

Se puede imaginar a partir de la analogía del sistema de tanque de agua, que al aumentar el voltaje en un circuito eléctrico aumentará el nivel de flujo de corriente. De manera similar, disminuir la resistencia aumentará también el nivel de corriente. De hecho, existe una relación entre voltaje, resistencia y corriente. Conociendo dos de las variables, es posible calcular la tercera. La relación entre resistencia, voltaje y corriente se conoce como la ley de Ohm y es una de las relaciones fundamentales en la ciencia eléctrica y electrónica.

Para que la corriente se pueda limitar en un circuito particular, se puede usar un componente conocido como resistencia. Las resistencias vienen en una variedad de formas, desde grandes componentes cableados, o incluso algunos que usan terminales hasta los muy pequeños componentes de montaje en superficie que se usan en muchos circuitos electrónicos en la actualidad.

Las resistencias pueden estar hechas de una variedad de materiales, carbono, óxido metálico, película metálica, alambre de resistencia y similares. Las resistencias pueden venir en diferentes formatos: los diferentes tipos de resistencia tienen características ligeramente diferentes y esto significa que pueden usarse en diferentes aplicaciones de circuito.

Seleccionar el tipo correcto de resistencia puede ayudar al circuito a funcionar de la manera prevista. Aunque una resistencia con una resistencia de 10k tendrá la misma resistencia de lo que sea que esté hecha, características como la estabilidad de temperatura, ruido, estabilidad a largo plazo, inductancia espuria y similares pueden ser diferentes para diferentes tipos y esto puede afectar el rendimiento en algunos circuitos.

2. Corriente eléctrica

Si conectamos el conductor a una batería, se produce una diferencia de potencial entre los extremos del conductor. Esta diferencia de potencial crea un campo eléctrico hacia el extremo positivo del conductor al extremo negativo. Las cargas libres dentro de este campo eléctrico ejercen una fuerza $F = qE$ en este campo. Bajo los efectos de esta fuerza, las cargas eléctricas comienzan a fluir. Este flujo de carga se llama corriente eléctrica. Si no hay una diferencia potencial, no habrá flujo de carga o corriente eléctrica. Podemos hacer una analogía con la transferencia de calor. El calor fluye de la materia que tiene una temperatura más alta a la temperatura más baja. En este caso, las cargas fluyen del potencial más alto al potencial más bajo.

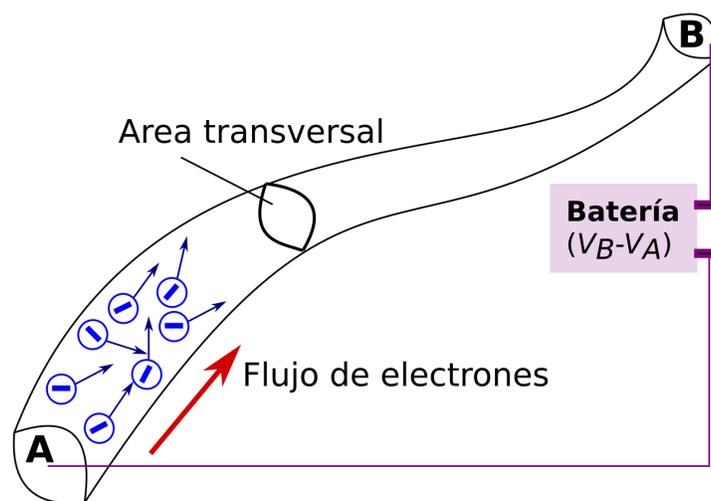


Fig. 3: Cuando el voltaje se aplica a un circuito eléctrico, los electrones libres comienzan a moverse.

La corriente eléctrica, en sólidos se define en términos del flujo de los electrones libres en el material, en líquidos con iones libres y en gases con electrones libres e iones libres. También

podemos definir la corriente eléctrica como la carga por unidad de tiempo que pasa a través de la sección transversal del conductor como se muestra en la imagen que se muestra con líneas discontinuas rojas. La corriente promedio se encuentra con la siguiente fórmula

$$i = \frac{dQ}{dt}. \quad (1)$$

Esta nueva cantidad tiene unidades de C/s lo cual define una nueva unidad derivada llamada el Ampere (A). Cuando sólo hay un tipo de carga, o más bien de partículas cargadas, la corriente es simplemente el producto de la carga de alguno de las partículas multiplicada por el flujo dN/dt , que atraviesa la sección de área transversal por unidad de tiempo debido a la diferencia de potencial entre los extremos del conductor.

Considere ahora el caso general en el cual uno pudiera tener un conductor no simétrico y por lo tanto el área transversal pudiera variar en la longitud del mismo. En este caso la sección de área transversal es no uniforme. En este caso, ni la magnitud de la corriente ni la dirección por unidad de área pudiera ser no uniforme. Podemos definir el vector J como la dirección y magnitud local de la corriente por unidad de área, de tal manera que

$$i = \int di = \int \frac{di}{dA} dA = \int (J \cdot \hat{n}) dA, \quad (2)$$

donde \hat{n} es el vector local que designa el área en algún punto de la distribución de carga. La integral anterior se hace a través de la dimensión del conductor.

Ejemplo: Flujo de carga y corriente.

Considere un conductor en el cual cada 50 ms, una carga de 1.5 C cruza uniformemente un área de 40 mm², viajando en la dirección X. Encuentre la corriente, la corriente por unidad de área y la densidad de corriente.

Solución: Es muy fácil a partir de la definición de corriente que

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1.5 \text{ C}}{0.05 \text{ s}} = 30 \text{ A}.$$

Debido a que la carga cruza un área uniforme

$$\frac{di}{dA} = \frac{i}{A} = \frac{30 \text{ A}}{40 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1.5 \times 10^6 \text{ A/m}^2.$$

Por último el vector de densidad de corriente está dado por el cambio di/dA en la dirección en este caso del eje X por lo cual $J_x = J \cdot \hat{n} = J \cdot \hat{x} = 1.5 \times 10^6$, $J_y = J_z = 0$, y por lo tanto $\vec{J} = J_x \hat{x}$.

Para un fluido ordinario con velocidad local \vec{v} , $\int \vec{v} \cdot \hat{n} dA$ es igual a $d(\text{Vol})/dt$, el cambio de flujo del volumen de fluido, o el flujo de volumen de fluido, a través de una sección transversal dada de, por ejemplo, una tubería. Véase que

$$\int \vec{v} \cdot \hat{n} dA = \int \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot \hat{n} dA = \int \hat{x} \cdot \hat{n} \frac{d(\text{Vol})}{dt} = \frac{d(\text{Vol})}{dt}. \quad (3)$$

Por lo tanto, $\vec{v} \cdot \hat{n}$ puede interpretarse como el flujo de volumen por unidad de área. Del mismo modo, $\int \vec{J} \cdot \hat{n} dA = i$ es igual a dQ/dt , la tasa de flujo de carga o flujo de carga a través de una sección transversal dada de, por ejemplo, un cable.

Por lo tanto, $\vec{J} \cdot \hat{n}$, además de su interpretación como corriente por unidad de área, también puede interpretarse como flujo de carga por unidad de área. Esto fortalece la analogía entre el flujo de fluido y el flujo de electricidad. Además, justifica el uso de Φ_E como flujo eléctrico y $d\Phi_E/dA = \vec{E} \cdot \hat{n}$ como flujo eléctrico por unidad de área.

La ecuación que define la corriente se aplica a secciones transversales arbitrarias. Para una sección transversal que es paralela a los lados de un cable, entonces J es perpendicular a \hat{n} , la corriente es cero. Para un cable de sección transversal uniforme A y densidad de corriente uniforme \vec{J} a lo largo de la sección normal a la sección transversal, i se reduce a

$$i = |\vec{J}|A. \quad (4)$$

3. La ley de Ohm

Cuando una diferencia de potencial ΔV es aplicado en los extremos de un material conductor, como hemos visto, entonces electrones comienzan a moverse a través del material y generan una corriente eléctrica i .

La ley de Ohm establece que la diferencia de voltaje o potencial entre dos puntos es directamente proporcional a la corriente o electricidad que pasa a través de la resistencia, y directamente proporcional a la resistencia del circuito. En realidad, esto no es una definición como tal. Digamos que este es el resultado de un experimento de laboratorio para medir la corriente que atraviesa por un conductor cuando una diferencia de potencial es aplicada en los extremos el mismo. La experiencia de este experimento es que podemos probar varios filamentos de distintos materiales (cobre, aluminio, hierro, bronce, etc.) de tal manera que a efectos de tener un experimentos controlado cada uno de los filamentos tengan la misma sección de área transversal y la misma longitud. El resultado es que ahora podemos tener una tabla de datos que consisten de la corriente medida y el potencial aplicado que produce tal corriente. Si graficáramos estos datos, lo que obtendríamos es aproximadamente una línea recta en una gráfica de ΔV vs. i . Dado que esto es lo que obtendríamos entonces podemos decir que la diferencia de potencial es proporcional a la corriente que atraviesa el material. La fórmula de la ley de Ohm es entonces $V = iR$, donde R es la constante de proporcionalidad o pendiente de la recta anterior. Normalmente dado que esta constante es la misma para todos los materiales entonces es una constante importante, por eso la llamamos Resistencia. Esta relación entre corriente, voltaje y relación fue descubierta por el científico alemán Georg Simon Ohm

$$i = \frac{\Delta V}{R} \rightarrow \Delta V = iR. \quad (5)$$

La resistencia tiene unidades de Volts/Ampere, y lo definimos con una nueva dimensión llamada Ω (Ohmio).

Para ser honestos en realidad la ley de Ohm es que se pueden definir materiales Ohmicos. De manera formal decimos que si un material cumple con la condición de que $\Delta V = iR$, entonces a este material lo llamamos Ohmico. Sin embargo, esto no ocurre para todos los materiales. Hay materiales que no cumplen con esta ley y por lo tanto son llamados materiales No-Óhmicos.

Casi cualquier componente que sea capaz de transportar una corriente se considera un conductor, solo se trata de si el conductor es Ohmico o no. La principal diferencia entre un conductor Ohmico y un conductor no Ohmico es si cumplen con la ley de Ohm. Un conductor óhmico tendría una relación lineal entre la corriente y el voltaje. Con conductores no óhmicos, la relación no es lineal.

Un buen ejemplo de un conductor óhmico es la resistencia. La caída de voltaje a través de una resistencia está directamente relacionada con la corriente que fluye a través de ella. Pero, esto solo es cierto cuando la resistencia se mantiene dentro del rango de temperatura para el que está clasificada. A medida que fluye más corriente a través de una resistencia, genera más y más calor. Este calor, cuando se vuelve excesivo, puede hacer que la resistencia se vuelva no óhmica y la resistencia también aumentaría. Incluso los cables ordinarios también se consideran conductores óhmicos. Los cables ordinarios aún tienen resistencia, pero a menudo están diseñados para ser extremadamente bajos para minimizar las pérdidas.

Los conductores no óhmicos no siguen la ley de Ohm y tienen sus propias características. Hay varios ejemplos de conductores no óhmicos; incluyendo filamentos de bombilla y semiconductores como diodos y transistores. Tomemos el diodo. Un diodo proporciona una caída de voltaje casi constante incluso si varía la corriente, por lo que no cumple con la ley de Ohm. Lo contrario sucede en un filamento de bombilla; incluso cuando aumenta el voltaje significativamente, solo permite que pase una cierta cantidad de corriente.

Incluso si los conductores no óhmicos no siguen la ley de Ohm, tienen sus propios usos especializados que ayudan mucho en los circuitos eléctricos y electrónicos. Las bombillas incandescentes han estado iluminando nuestras casas durante más de un siglo y los semiconductores han hecho posible muchas cosas. Casi todos los aparatos electrónicos como teléfonos, computadoras, incluso relojes y controles remotos comunes usan semiconductores.

3.1. Resistividad

Más específicamente aun. Imaginemos que ahora el experimento anterior lo hacemos más robusto y esto incluye ahora variar también la longitud y el área transversal de los filamentos. Cuando hacemos esto para varios materiales y varias dimensiones de los filamentos entonces encontramos ahora que la resistencia varía linealmente con la longitud del filamento e inversamente proporcional al área transversal del mismo, o sea que

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (6)$$

donde L es la longitud del filamento y A es el área transversal y ρ es una constante de proporcionalidad nuevamente que es la misma para todos los materiales que se han usado en el experimento por lo que la llamamos ahora resistividad. Esta resistividad depende ahora del material pero incluso es independiente de ΔV o i o de la geometría del resistor.

La unidad de resistividad eléctrica es el Ω -m. La tabla 4 muestra algunas resistividades para algunos materiales diferentes comunes.

	Electrical Resistivity	Thermal Conductivity	Relative Electrical Conductivity	Relative Thermal Conductivity
(Metal 100)	at 293 K, $\mu\Omega\text{cm}$	$\text{Wm}^{-1}\text{k}^{-1}$	(Copper = 100)	(Copper = 100)
Silver	1.63	419	104	106
Copper	1.694	397	100	100
Gold	2.2	316	77	80
Aluminum	2.67	238	63	60
Beryllium	3.3	194	51	49
Magnesium	4.2	155	40	39
Tungsten	5.4	174	31	44
Zinc	5.96	120	28	30
Nickel	6.9	89	24	22
Iron	10.1	78	17	20
Platinum	10.58	73	16	18
Tin	12.6	73	13	18
Lead	20.6	35	8.2	8.8
Titanium	54	22	3.1	5.5
Bismuth	117	9	1.4	2.2

Fig. 4: Tabla de resistividades.

Pero además, dado que hasta una cierta temperatura algunos materiales dejan de ser Ohmicos también esta tabla muestra el coeficiente de temperatura de resistividad α , en cual se define como

$$\alpha = \rho^{-1} \frac{d\rho}{dT} = \frac{d\rho/\rho}{dT}, \quad (7)$$

para una temperatura T . De hecho la ecuación anterior puede integrarse para un material determinado para tener

$$\rho(T) = T_0 e^{\alpha T}, \quad (8)$$

donde T_0 es una temperatura de referencia que normalmente es $20^\circ\text{C}=293\text{ K}$, y el coeficiente α medido en K^{-1} . Para temperaturas no tan diferentes de $T_0=20^\circ\text{C}$, una buena aproximación es

$$\rho(T) \approx \rho(293) + \frac{d\rho(T-293)}{dT} = \rho(293)[1 + \alpha(T-293)]. \quad (9)$$

El inverso de la resistividad es lo que llamamos la conductividad σ

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{A}{\rho L}. \quad (10)$$

La tabla 5 muestra algunos valores de la resistividad para su correspondiente coeficiente de temperatura mientras que la tabla 4 muestra los valores correspondientes de la conductividad para algunos materiales.

*Resistivities and Temperature Coefficients
of Resistivity for Various Materials*

Material	Resistivity ^a ($\Omega \cdot \text{m}$)	Temperature Coefficient ^b $\alpha [(\text{°C})^{-1}]$
Silver	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Copper	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Gold	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminum	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsten	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platinum	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Lead	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nichrome ^c	1.00×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbon	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanium	0.46	-48×10^{-3}
Silicon ^d	2.3×10^3	-75×10^{-3}
Glass	10^{10} to 10^{14}	
Hard rubber	$\sim 10^{13}$	
Sulfur	10^{15}	
Quartz (fused)	75×10^{16}	

^a All values at 20°C. All elements in this table are assumed to be free of impurities.

^b See Section 27.4.

^c A nickel–chromium alloy commonly used in heating elements. The resistivity of Nichrome varies with composition and ranges between 1.00×10^{-6} and $1.50 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.

^d The resistivity of silicon is very sensitive to purity. The value can be changed by several orders of magnitude when it is doped with other atoms.

Fig. 5: Tabla de resistividades y conductividades.

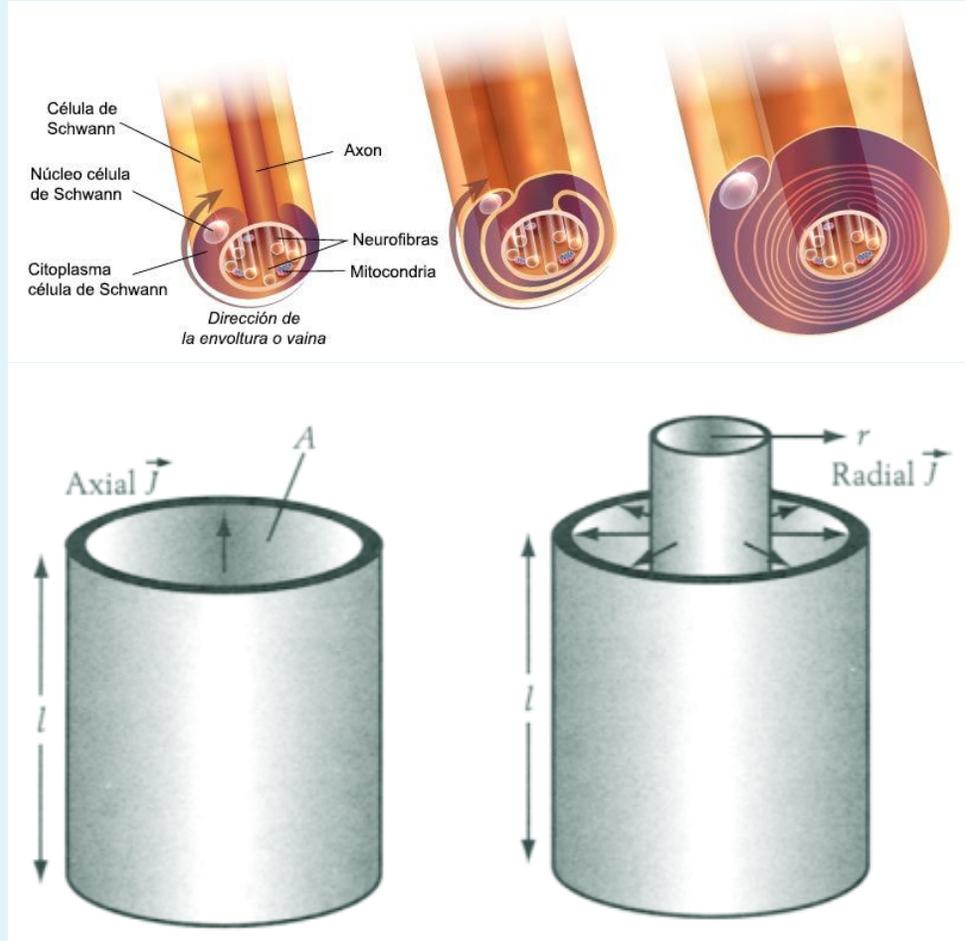
Ejemplo: Resistividad de un cable.

Considere un cable de radio $a = 0.05$ pulgadas ($= 0.00127$ m) y longitud $l = 8$ m. Pasa una corriente $i = 1.874$ A cuando $\Delta V = 50.0$ mV se aplica a través de sus extremos. Cuando el voltaje se duplica, también lo es la corriente. (a) ¿El material es óhmico? (b) Encuentre R y ρ . (c) ¿Puedes deducir el material del cable?

Solución: (a) La variación lineal de i con ΔV significa que el material es óhmico. (b) Por $R = \Delta V/i$ tenemos que entonces $R = 0.02668 \Omega$. El cable tiene área $A = \pi r^2 = 5.07 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, entonces, $\rho = RA/l = 1.690 \times 10^{-8} \Omega\cdot\text{m}$. (c) De la tabla de resistividades, esto corresponde al cobre (Cu) a temperatura ambiente. (Nota: el calibre de un cable indica aproximadamente cuántos cables dan 1 pulgada de grosor. Nuestro cable tiene un grosor de $2a = 0.1$ pulgadas; idealmente, esto lo haría de calibre 10, o #10, pero de hecho, el cable de radio de 0.051 pulgadas es de calibre 10 de acuerdo con el Código Eléctrico de los Estados Unidos).

Ejemplo: Resistividad de una membrana celular.

Considere un axón de nervio largo: una carcasa cilíndrica de espesor d , radio a y longitud l , donde $d \ll a \ll l$. (a) Encuentre la resistencia al flujo de corriente a lo largo del eje, como en la Figura. (b) Encuentre la resistencia al flujo de corriente radial (a través de la membrana celular), como en la Figura.



Solución: (a) Aplicar la ecuación de resistividad con longitud l y área A

$$R_{axial} = \frac{\rho l}{2\pi a d}$$

(b) Aplicando la misma ecuación pero ahora perpendicular al eje tenemos longitud d y área $A = A_{radial} = 2\pi a l$. Entonces

$$R_{radial} = \frac{\rho l}{2\pi a l}$$

En la práctica, a y l varían significativamente de una célula a otra, pero ρ y d no. Por lo tanto, es útil definir la resistencia específica

$$R_m = R_{radial} A_{radial} = \rho d.$$

Para las membranas celulares, un valor característico de R_m es 10^3 ohm-cm². Con $d = 10$ nm, esto corresponde a $\rho = 10^9$ ohm-m. No es sorprendente que esto sea mucho más grande que el 1.69×10^{-8} ohm-m del Cu. Si se conoce R_m , y se conocen a y l , entonces se puede determinar $R_{radial} = \rho d / (2\pi a l) = R_m / (2\pi a l)$.

3.2. La redefinición de la ley de Ohm

Si la ley de Ohm se cumple, entonces si ΔV se duplica, entonces también lo hace la corriente i , dejando a R no afectado. Se puede duplicar tanto ΔV como i duplicando tanto al campo eléctrico \vec{E} y \vec{J} . Esto nos lleva a escribir lo que llamamos la forma local de la ley de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (11)$$

Aquí el factor σ se llama conductividad eléctrica y es independiente de \vec{E} para materiales óhmicos. La ecuación anterior satisface automáticamente la primera parte de la ley de Ohm, que la corriente fluye de alto voltaje a bajo voltaje, esto se debe a que \vec{J} apunta a lo largo de la dirección de la corriente, y \vec{E} va desde lugares de alto voltaje a bajo voltaje. Veamos cómo se relaciona σ de la forma local de la ley de Ohm con ρ de la forma global de la ley de Ohm.

Considere un cable (por ejemplo, para una tostadora) de conductividad σ , sección transversal A y longitud l . La densidad de corriente uniforme \vec{J} fluye a lo largo de su eje. Luego, la corriente total es $i = JA$. Además, el campo eléctrico es uniforme a lo largo del cable. Por lo tanto, al tomar ΔV como positivo y elegir los límites de integración para hacer $\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ positivo, produce $\Delta V = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = El$ a través del cable. El uso de $J = \sigma E$, la forma escalar de de la ecuación anterior conduce a

$$i = JA = (\sigma E)A = \sigma \left(\frac{\Delta V}{l} \right) A = (\Delta V) \frac{\sigma A}{l} = (\Delta V) \frac{A}{\rho l}. \quad (12)$$

Por lo tanto, la conductividad y la resistividad están inversamente relacionadas, una favorece y la otra dificulta la conducción.

Nota final

Todo lo que está escrito en estas notas representan unas guías que este servidor ha escrito para estimular la discusión y motivar el inicio del estudio de algunos tópicos vistos en clases, por lo que invitamos a todos a profundizar en estos temas y no quedarse sólo con la visión presentada en estas notas.

Busca mas información y recursos
sierraporta.github.io

