

# La ley de Gauss para campo eléctrico

D. Sierra-Porta

## Índice

1.	Introducción . . . . .	1
2.	El número de líneas de campo saliendo de una superficie cerrada . . . . .	2
3.	La ley de Gauss . . . . .	4
4.	Aplicaciones de la ley de Gauss . . . . .	5
4.1.	Campo eléctrico de una distribución lineal de carga . . . . .	5
4.2.	Campo eléctrico de una distribución esférica de carga . . . . .	7
5.	Conductores eléctricos en equilibrio . . . . .	8
5.1.	En conductores en equilibrio, $E = 0$ . . . . .	8
5.2.	Para un conductor en equilibrio, una carga neta sólo puede residir en sus superficies . . . . .	9
5.3.	El exterior de un conductor uniforme $E$ es normal a la superficie . . . . .	10
5.4.	$E = 0$ en la cavidad de un conductor . . . . .	10

## 1. Introducción

El estudio de la ciencia es increíblemente interesante y está lleno de datos divertidos. Cuanto más se profundiza en los conceptos de la ciencia y sus campos relacionados, mayor es la cantidad de conocimiento e información que hay que aprender allí. Uno de esos temas de estudio es la Ley de Gauss, que estudia la carga eléctrica junto con una superficie y el tema del flujo eléctrico. La electricidad es difícil de comprender en parte porque en realidad no podemos ver la carga eléctrica que produce efectos eléctricos específicos. Sin embargo, al rastrear el camino de las líneas de campo debido a un conjunto de cargas eléctricas, Faraday habría podido localizar las cargas e incluso determinar sus magnitudes. Conozcamos más sobre la ley y la forma en que opera para que podamos entender la ecuación de la ley.

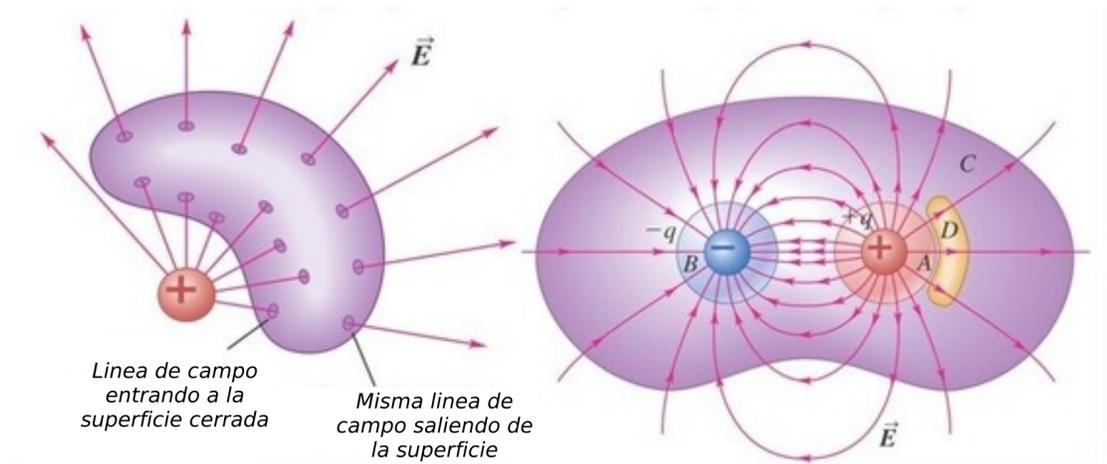
La ley de Gauss establece que el flujo neto de un campo eléctrico en una superficie cerrada es directamente proporcional a la carga eléctrica incluida. Es una de las cuatro ecuaciones de las leyes de electromagnetismo de Maxwell. Inicialmente fue formulado por Carl Friedrich Gauss en el año 1835 y relaciona los campos eléctricos en los puntos de una superficie cerrada y la carga neta encerrada por esa superficie.

El flujo eléctrico se define como el campo eléctrico que pasa a través de un área dada multiplicado por el área de la superficie en un plano perpendicular al campo. Otra declaración de la ley de Gauss establece que el flujo neto de un campo eléctrico dado a través de una superficie dada, dividido por la carga incluida, debería ser igual a una constante.

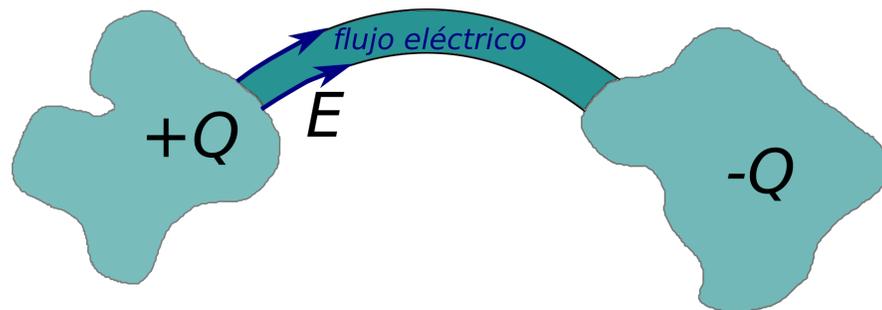
Por lo general, se supone que una carga eléctrica positiva genera un campo eléctrico positivo. La ley fue publicada en 1867 como parte de una colección de obras del famoso matemático alemán Carl Friedrich Gauss.

Para mayor precisión, reemplazamos las líneas de campo por flujo eléctrico. Esto es análogo a como cuando se dibujaban líneas de flujo de un fluido anteriormente. La ley de Gauss (que veremos en este capítulo) establece que el flujo eléctrico total que sale de una superficie cerrada es igual a  $4\pi k$  veces la magnitud de la carga total eléctrica encerrada dentro de una superficie que consideramos hipotética y que engloba toda la carga. Debido a la ley de Gauss, se pueden dibujar tubos de flujo, cuyas paredes son paralelos al campo eléctrico, y que transportan la misma cantidad de flujo a lo largo de cualquier sección transversal. Este flujo se puede rastrear a lo largo del tubo desde un extremo con una cantidad definida de carga positiva, hasta el otro extremo donde se tiene depositada una cantidad igual de carga negativa.

Una consecuencia de la ley de Gauss es que, si se conoce el flujo eléctrico que sale de la superficie de un objeto, ya sea por cálculo o por medición, podemos determinar la carga eléctrica dentro de ese objeto.



**Fig. 1:** Líneas de campo eléctrico atravesando secciones de superficies cerradas para distintas distribuciones y simetrías de carga.



**Fig. 2:** La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico total que sale de una superficie cerrada es igual a  $4\pi k$  veces la magnitud de la carga total eléctrica encerrada dentro de una superficie que consideramos hipotética y que engloba toda la carga

## 2. El número de líneas de campo saliendo de una superficie cerrada

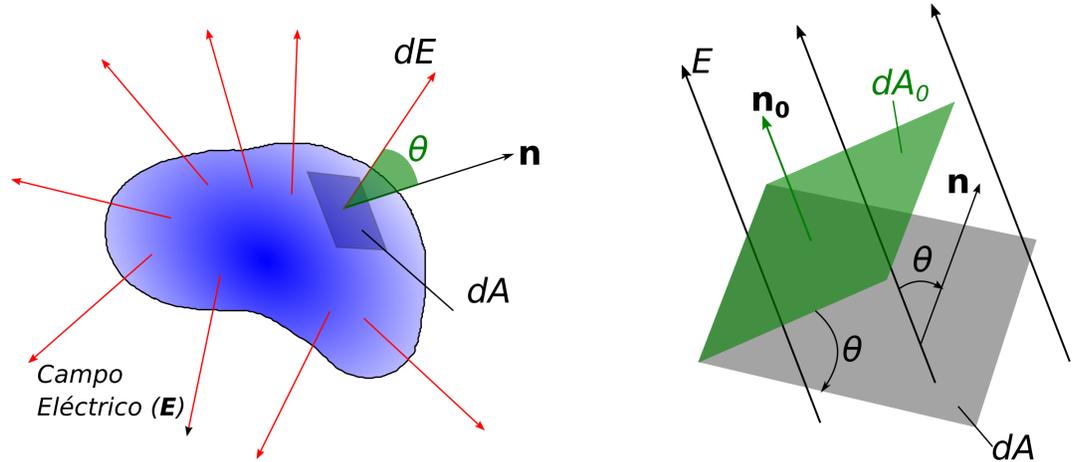
Imaginemos una carga eléctrica encerrada en una cierta superficie cerrada. Según Faraday, el número  $N$  de líneas de campo (o líneas de fuerza) que salen de una superficie cerrada (como la superficie exterior de una pelota de fútbol) es proporcional a la carga encerrada ( $Q_{enc}$ ) por esa superficie. Es decir,

$$N \propto Q_{enc}. \quad (1)$$

Sin embargo, la constante de proporcionalidad en la ecuación anterior dependerá de la elección del número de líneas de campo por unidad de carga: Faraday podría elegir ocho líneas por unidad de carga, mientras que Maxwell podría elegir seis líneas por unidad de carga. Nuestro objetivo es escribir una relación como la anterior con un valor de la constante de proporcionalidad en la que todos estén de acuerdo. La nueva relación se llama ley de Gauss.

Entonces vamos por pasos. Para encontrar la cantidad de líneas de campo eléctrico para la superficie cerrada irregular de la Figura 3, primero se divide la superficie completa en un número infinito de áreas infinitesimales  $dA$ . Tomamos  $\hat{n}$  que sea el vector unitario de área a lo largo de la normal externa a  $dA$ . Medimos el número de líneas de campo  $dN$  que salen de cada  $dA$  y sumamos todo. Representando esta suma como una integral, y usando un pequeño círculo para denotar una integral sobre una superficie cerrada, tenemos

$$N = \oint dN = \oint \frac{dN}{dA} dA. \quad (2)$$



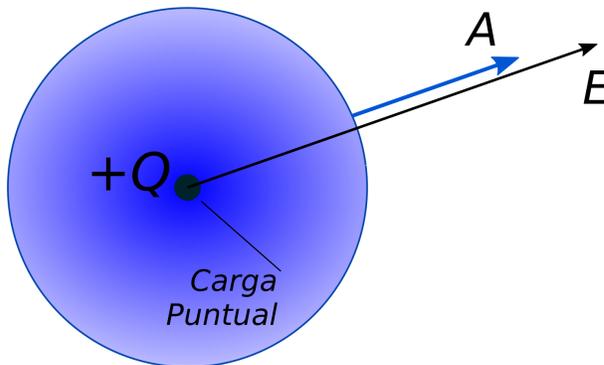
**Fig. 3:** Definición de flujo eléctrico. (a) Flujo que sale de una superficie cerrada arbitraria, en términos del flujo a través de un elemento de superficie  $dA$  con  $n$  normal hacia afuera. El flujo por unidad de área es  $d\Phi_E/dA = E \cdot n$ . (b) La reorientación desde el elemento de superficie  $dA_0$  con  $n_0$  normal a lo largo de  $E$  al elemento de superficie  $dA$  con normal  $n$  arbitrario disminuye  $d\Phi_E/dA$ .

Ahora debido a la ley de Coulomb, la cantidad  $dN/dA$  es proporcional al campo eléctrico  $E$ , lo que sugiere que podemos tomar  $dN/dA \propto E$ . Sin embargo, si consideramos una superficie  $dA$  inclinada con respecto a otra superficie  $dA_0$  con un ángulo  $\theta$ , como en la figura 3 entonces tendremos que

$$dN = \frac{dN}{dA} dA = \frac{dN}{dA_0 / \cos \theta} dA = E \cos \theta. \quad (3)$$

Por lo tanto, es conveniente definir la cantidad  $dN/dA$  como el flujo por unidad de área, o el número de líneas por unidad de área, con lo cual tendremos que

$$\Phi_E = \oint d\Phi_E = \oint \frac{d\Phi_E}{dA} dA = \oint E \cdot dA. \quad (4)$$



**Fig. 4:** Flujo eléctrico  $\Phi_E$  para una superficie gaussiana concéntrica, debido a una carga puntual. Aquí, el flujo por unidad de área es uniforme y se calcula fácilmente, por lo que el flujo total se puede calcular fácilmente. Una superficie gaussiana es una superficie cerrada (y típicamente imaginaria), utilizada para la aplicación de la ley de Gauss, que relaciona el flujo eléctrico con la carga encerrada.

Recordemos que al principio dijimos que el flujo era proporcional a la cantidad de carga. La pregunta sigue siendo cuándo vale la constante de proporcionalidad. Para responder a esto considere una carga puntual como la de la figura 4. Además consideremos una superficie ficticia esférica de radio  $r$  que rodea dicha carga. Lo que queremos es encontrar el flujo de líneas de campo eléctrico sobre esta superficie. El campo eléctrico  $E$  generado por la carga puntual en

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$i$	$dA_i$	$n_{ix}$	$n_{iy}$	$n_{iz}$	$E_{ix}$	$E_{iy}$	$E_{iz}$	$E \cdot n$	$E \cdot dA$
1	$10^{-6}$	0.36	0.8	0.48	2	-3	4	0.24	$0.24 \times 10^{-6}$

**Tab. 1:** Cálculo de flujo en una hoja de cálculo.

cualquier punto de la superficie es exactamente el mismo debido a que  $E = kQ/r^2$ , es decir, es constante para todos los puntos. En este caso tenemos que

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = E \oint dA = EA = \frac{kQ}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi kQ. \quad (5)$$

Lo que aprendemos de este pequeño resultado es realmente algo muy importante, la constante de proporcionalidad es justamente  $4\pi k$ .

### 3. La ley de Gauss

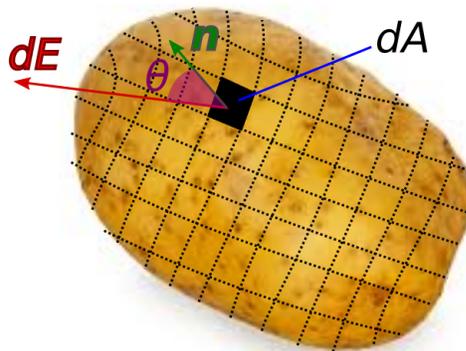
Usando la constante de proporcionalidad igual a  $4\pi k = (\epsilon_0)^{-1}$ , tenemos que

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = 4\pi k Q_{interior} = \frac{Q_{interior}}{\epsilon_0}, \quad (6)$$

o equivalentemente

$$Q_{interior} = \epsilon_0 \Phi_E. \quad (7)$$

Cualquiera de estos resultados se conoce como la ley de Gauss. Son verdaderas para cualquier forma de la superficie gaussiana. La ley de Coulomb parece más simple usando  $k$ , y la ley de Gauss parece más simple usando  $\epsilon_0$ . La ecuación anterior expresa la idea de que solo  $Q_{interior}$  es responsable del flujo eléctrico. No nos dice cómo se organiza la carga, o cuántas cargas hay; solo el carga neto. Si se mueve la carga interior, el flujo no cambia. Si se mueve la carga exterior, el flujo no cambia. Solo si la carga entra o sale de la superficie gaussiana, el flujo cambia.



**Fig. 5:** Flujo eléctrico  $\Phi_E$  para una superficie de una papa dejando la superficie exterior (superficie gaussiana). La superficie se ha dividido en muchos rectángulos casi regulares.

Para un ejemplo específico de cálculo de flujo eléctrico para una superficie más compleja que una esfera concéntrica con una carga puntual, considere una papa por ejemplo. Ver Figura 5. Imagine que algunos elfos han establecido una grilla fina en la superficie de la papa (con quizás 1000 elementos de superficie). En una hoja de cálculo, ingresan información sobre la superficie gaussiana, que se considera la superficie externa de la papa.

La columna A da los enteros  $i$  de 1 a 1000. Para el elemento  $i$ , los elfos miden el área  $dA_i$  y determinan los tres componentes de la normal exterior  $n_i$ . La columna B contiene los  $dA_i$ , y las columnas C, D, E contienen los tres componentes de los  $n_i$ 's. (Hasta ahora, los elfos han

considerado solo las propiedades de la superficie. Estas no cambian incluso cuando cambia el campo eléctrico.) Ahora, para cada elemento de la superficie, los elfos miden los tres componentes del campo eléctrico  $E_i$ , que se ingresan en las columnas F, G, H. Las mediciones ahora están completas y ahora podemos calcular el flujo eléctrico. La ecuación anterior proporciona el flujo por unidad de área para cada elemento de superficie, y se ingresa en la columna I. (En términos de la hoja de cálculo, el producto de puntos es la suma de los productos de las columnas C y F, D y G y E e I.) El flujo correspondiente es el producto del flujo por unidad de área (columna I) y el área (columna B), y se coloca en la columna J. Sumar las 1000 entradas en la columna J da un valor numérico para el flujo, el flujo total que sale de la superficie. (Si una cuadrícula de 1000 puntos no es lo suficientemente fina para una medida precisa, entonces se debe usar una malla más fina.

En principio, todas las integraciones numéricas siempre deben usar al menos dos mallas, una más fina que la otra, para estar razonablemente seguros de que no hay un error debido a una malla demasiado cruda). Digamos que la respuesta, convergió a dos decimales  $\Phi_E = 8.4 \times 10^2 \text{ N m}^2/\text{C}$ . Al aplicar la ley de Gauss a nuestra superficie gaussiana en forma de papa, con  $\Phi_E = 8.4 \times 10^2 \text{ N m}^2/\text{C}$ , se obtiene que contiene  $Q_{\text{interior}} = 7.4 \times 10^{-9} \text{ C}$ , un valor característico de la electricidad estática.

La ley de Gauss nos ha permitido determinar la carga eléctrica total o neta dentro de la superficie gaussiana en forma de papa, sin medir realmente esa carga. Medimos algo más, el flujo eléctrico, que según la ley de Gauss produjo la carga total incluida. Eso es algo así como un milagro. En principio, podríamos construir una superficie extensible para rodear cualquier región y determinar el flujo eléctrico a través de este. En la práctica, las mediciones directas son difíciles.

## 4. Aplicaciones de la ley de Gauss

Quizás una de las aplicaciones más importantes de la ley de Gauss es que podemos calcular de manera muy rápida campos eléctricos para distribuciones continuas de carga. En particular, la idea es muy sencilla. Supóngase que usted tiene un cuerpo cargado de tal manera que este pudiera tener carga uniformemente distribuida o no. Si es posible dibujar (o imaginar) una superficie Gaussiana que encierre toda la carga y para la cual el campo eléctrico sea uniforme (en este caso constante) en toda la superficie Gaussiana, entonces es muy sencillo aplicar la ley de Gauss para hallar el campo eléctrico. La única desventaja de usar este procedimiento es que usted necesita dibujar (o encontrar) dicha superficie para la cual el campo eléctrico sea uniforme. En otras palabras, esto sólo es posible para distribuciones de carga que exhiban simetría.

Vamos a ver algunos casos de cómo esto es posible.

### 4.1. Campo eléctrico de una distribución lineal de carga

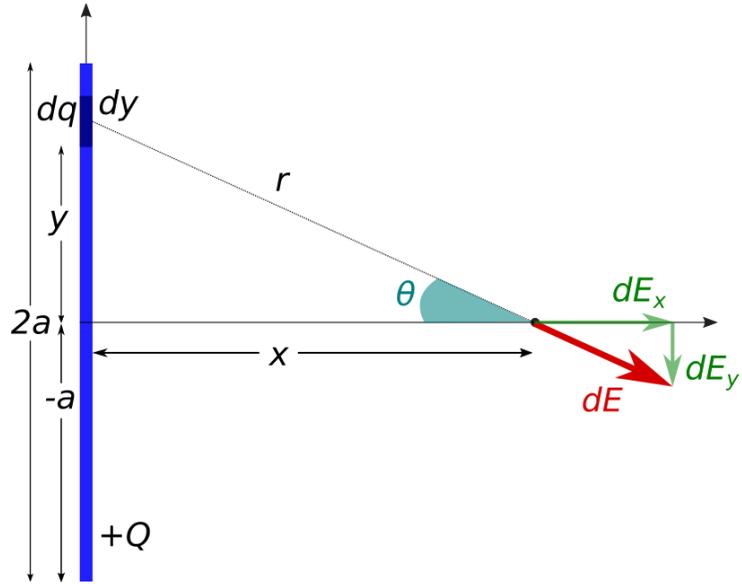
Este es un caso de distribución de carga que resolvimos en uno de los capítulos anteriores.

Consideremos una distribución de carga uniformemente distribuida en una línea como se muestra en la figura 6 y queremos calcular el campo eléctrico en un punto a lo largo de la mitad de la línea a una distancia  $x$ . Dado que la distribución es continua podemos suponer un elemento de carga pequeño, un diferencial de carga ( $dq$ ), y debido a la distribución este tendrá una medida  $dy$ . Nuestro resultado en ese momento fue que el campo eléctrico estaba dado por:

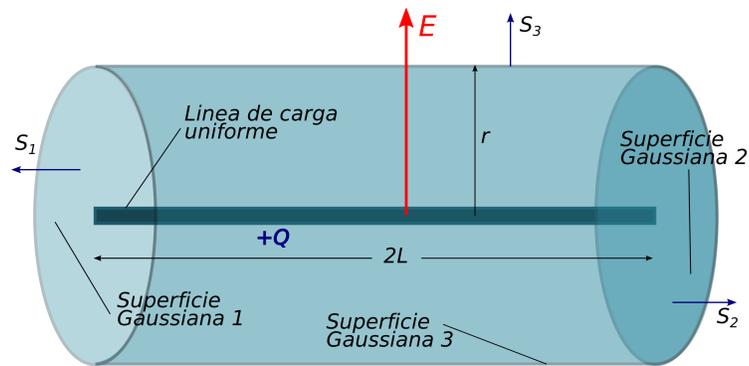
$$E = E_x \hat{x} = \frac{2k\lambda}{x} \hat{x} = \frac{kQ}{xL} \hat{x}. \quad (8)$$

Ahora usemos ley de Gauss para resolver este problema. Es muy sencillo ver que una superficie Gaussiana ideal para la resolver este problema y que cumple con la condición de simetría es suponer que el hilo de carga se encuentra en el centro de un cilindro del mismo tamaño del hilo y con un radio  $r$  como se ve en la figura 7.

En este caso es muy fácil aplicar la ley de Gauss para hallar el campo eléctrico. Véase que en la superficie Gaussiana 2 todos los puntos de la superficie están a la misma distancia  $r$ , por



**Fig. 6:** Campo eléctrico para una distribución de carga linealmente distribuida.



**Fig. 7:** Superficies Gaussianas para evaluar el campo eléctrico para una distribución de carga linealmente distribuida.

lo que cada punto en ella tiene el mismo campo eléctrico. Entonces

$$\begin{aligned}
 \Phi_E &= \oint E \cdot dA = \oint E \cdot dA_1 + \oint E \cdot dA_2 + \oint E \cdot dA_3 \\
 &= \oint E \cos \theta_1 dA_1 + \oint E \cos \theta_2 dA_2 + \oint E \cos \theta_3 \\
 &= \oint E dA_1 = E \oint dA_3 = E(2\pi r)(2L) = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

para lo anterior hemos visto que el ángulo entre el campo eléctrico y el área es  $270^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $0^\circ$ , para  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  respectivamente. Por lo cual

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r L} = \frac{kQ}{rL}. \quad (10)$$

Este resultado puede ser comparado con el obtenido anteriormente en la ecuación (8), evidentemente dando lo mismo.

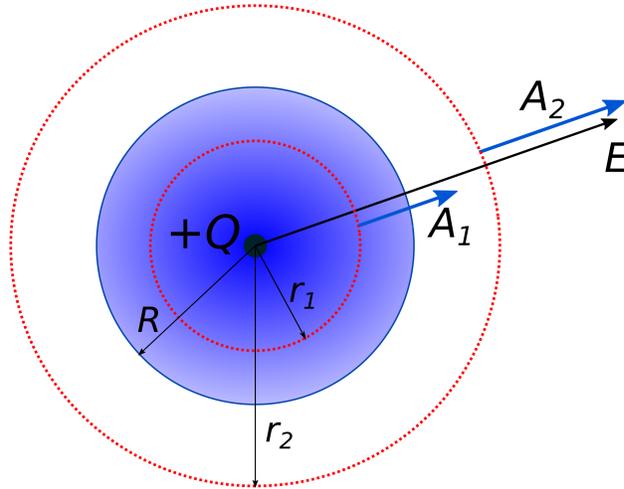


Fig. 8: Superficies Gaussianas para evaluar el campo eléctrico para una distribución de carga linealmente distribuida.

#### 4.2. Campo eléctrico de una distribución esférica de carga

Ahora veamos el caso de una distribución esférica de carga no conductora. En este caso como lo muestra la figura 8. Consideremos primero que la esfera es no conductora. En este caso tenemos que aplicando la ley de Gauss, vemos que para ambas superficies Gaussianas tanto el campo eléctrico como el área tienen la misma dirección por lo que el coseno del ángulo entre ellos es de 1. Además, para el caso de la esfera Gaussiana con radio  $r_2$  la carga está totalmente contenida en la superficie, mientras que para la superficie Gaussiana de radio  $r_1$  la carga es sólo parcial, por lo que, para esta superficie, la densidad de carga volumétrica es la misma pero la carga en  $r_1$  se ve disminuida a  $Q'$ , por lo cual,

$$\rho = \frac{Q}{V_R} = \frac{Q'}{V_{r_1}}, \quad (11)$$

y entonces

$$\frac{Q}{4\pi R^3/3} = \frac{Q'}{4\pi r_1^3/3} \rightarrow Q' = Q \left(\frac{r_1}{R}\right)^3, \quad (12)$$

siendo  $R > r_1$ , por lo tanto al evaluar el flujo tenemos que

$$\Phi_E \Big|_{r_1} = \oint_0^{r_1} E dA_1 = E(4\pi r_1^2) = \frac{Q'}{\epsilon_0}, \quad (13)$$

con lo cual finalmente

$$E = \frac{Q'}{\epsilon_0(4\pi r_1^2)} = \frac{Q r_1}{\epsilon_0(4\pi R^3)} = \frac{kQ r_1}{R^3}. \quad (14)$$

Sin embargo para la superficie Gaussiana con radio  $r_2$  dado que toda la carga está incluida en ella, entonces

$$\Phi_E \Big|_{r_2} = \oint_0^{r_2} E dA_2 = E(4\pi r_2^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad (15)$$

con lo cual finalmente

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0(4\pi r_2^2)} = \frac{kQ}{r_2^2}. \quad (16)$$

Finalmente entonces se tiene que el resultado es

$$E = \begin{cases} kQr/R^3 & \text{if } r < R \\ kQ/r^2 & \text{if } r > R \end{cases} \quad (17)$$

Véase que para  $r_R$  el campo eléctrico crece linealmente siendo proporcional a  $r$  hasta llegar a  $R$  donde tiene su valor máximo  $kE/R^2$ , y luego el campo eléctrico decrece usualmente como  $kQ/r^2$  para  $r > R$ .

**Ejemplo: Campo eléctrico debido a otra distribución esférica de carga conductora.**

El problema se resuelve justamente como en el caso anterior pero al tratarse ahora de una esfera conductora entonces en el interior de la esfera no hay carga, ya que toda la carga se aloja en la superficie. En este caso el campo eléctrico al interior de la esfera es nulo, mientras que al exterior de la esfera el campo es como usualmente

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0(4\pi r^2)} = \frac{kQ}{r^2} \quad \text{para } r > R, \quad (18)$$

## 5. Conductores eléctricos en equilibrio

Considere un conductor eléctrico de forma arbitraria, por ejemplo, una patata, un pato de goma pintado de aluminio o un vaso de aluminio, en realidad lo que sea como en la figura 9. Aisladamente, el conductor contiene un gran número (un “mar”) de electrones de conducción móviles y cargados negativamente (el “fluido eléctrico”), y un fondo fijo de núcleos cargados positivamente, que hacen que el objeto finalmente este en equilibrio o con carga neutra general. ¿Cómo responde ese fluido eléctrico cuando acercamos una varilla cargada a este conductor? ¿Si añadimos una carga eléctrica al conductor? Si la carga es externa al conductor, entonces provoca una inducción electrostática del fluido eléctrico (una polarización del conductor), si la carga adicional se coloca en el propio conductor (tal vez como electrones adicionales), el fluido eléctrico no responderá. Si la carga adicional se coloca en el propio conductor (tal vez como electrones adicionales, o como iones con carga positiva que se adhieren a la superficie), el fluido eléctrico se convierte en una carga adicional a la superficie, el fluido eléctrico se redistribuye por todo el conductor.

Recordemos que los electrones móviles están en orbitales que se extienden por todo el conductor. Cuando el fluido eléctrico se redistribuye por todo el conductor, no lo hace a través de electrones móviles individuales. Más bien, todos los electrones móviles en el conductor ajustan sus orbitales ligeramente, redistribuyendo colectivamente su carga total de la misma manera que lo haría el fluido eléctrico clásico.

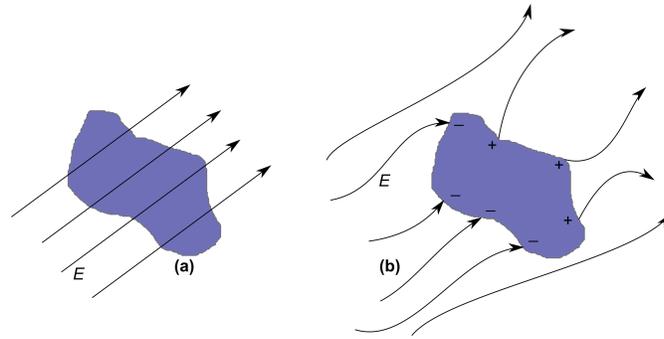
Un ejemplo de redistribución de la carga puede verse comparando la Figura 9(a) con la Figura 9(b). La figura 9(a) muestra un conductor en un campo eléctrico uniforme antes de que el conductor haya tenido tiempo de responder. La figura 9(b) muestra el conductor y el campo eléctrico total después de que el conductor haya alcanzado el equilibrio. Demuestra que en el equilibrio (a) no hay líneas de campo dentro del conductor ( $E = 0$ ); (b) el exceso de carga reside en la superficie del conductor (no hay carga dentro del material del conductor), y (c) justo fuera del conductor el campo eléctrico es normal a la superficie. En el resto de esta sección derivaremos cada uno de estos resultados, y luego discutiremos lo que sucede cuando el conductor tiene una cavidad.

### 5.1. En conductores en equilibrio, $E = 0$

Ahora establecemos que, para un conductor eléctrico en equilibrio, el campo eléctrico es cero dentro del material del conductor. Este resultado depende únicamente de dos propiedades de los conductores eléctricos:

1. En equilibrio, no hay corriente eléctrica que fluya en ningún lugar dentro de un conductor eléctrico. Por el contrario, el filamento de una bombilla conectada a una batería lleva una corriente eléctrica y no está en equilibrio. Sin embargo, después de desconectar la corriente y de que el filamento se haya enfriado a temperatura ambiente, está en equilibrio. Entonces no circula ninguna corriente eléctrica a través de él.

2. En un conductor eléctrico, como un cable, si hay un campo eléctrico, los portadores de carga sienten una fuerza eléctrica, que impulsa una corriente eléctrica. Como en el equilibrio no hay corriente eléctrica,  $E = 0$  en el equilibrio. (De hecho, la corriente es proporcional al campo eléctrico. Esta es una versión de la ley de Ohm que discutiremos más tarde).



**Fig. 9:** Conductor en un campo uniforme. (a) La carga móvil en el conductor no puede moverse (no hay inducción electrostática electrostática). (b) La carga móvil en el conductor que puede moverse (inducción electrostática completa). Las líneas de campo entran en la carga negativa y salen de la carga positiva.

Consideremos un conductor, como el de la figura 9. Dejemos que la carga externa  $q_{ext}$  produzca un campo  $E_{ext}$ , y que la carga eléctrica  $q_{cond}$  distribuida sobre el conductor produzca un campo  $E_{cond}$ . Entonces el campo total  $E = E_{ext} + E_{cond}$ . Si el conductor está en equilibrio, entonces por la propiedad 1, la corriente eléctrica debe ser cero. Además, por la propiedad 2, dentro del conductor (pero no fuera de él), el campo eléctrico total  $E = 0$ . Por lo tanto, dentro del material del propio conductor,  $E_{cond}$  debe cancelar  $E_{ext}$ . Es decir

$$0 = E = E_{ext} + E_{cond}, \quad E_{ext} = -E_{cond} \quad (19)$$

El campo dentro del conductor es cero porque el campo del conductor cancela el campo externo, no porque el conductor impida de alguna manera la entrada del campo externo (“apantallamiento”). El resultado de esta subsección es cierto independientemente de la ley de fuerza eléctrica. Incluso si la ley de fuerza fuera un cubo inverso radialmente hacia fuera (para el que no se aplica la ley de Gauss), el campo eléctrico sería cero dentro del material de un conductor en equilibrio.

Es de esperar que la carga asociada al fluido eléctrico se distribuya por todo el conductor. La siguiente sección muestra que, debido a la ley de Gauss (que se deriva de la ley de Coulomb), la carga asociada al el fluido eléctrico reside sólo en las superficies del conductor.

## 5.2. Para un conductor en equilibrio, una carga neta sólo puede residir en sus superficies

Considere un conductor con superficie exterior  $S_{fuera}$  y, si es hueco, con superficie interior  $S_{dentro}$ . Dibuje una superficie gaussiana arbitraria  $S$  que pase totalmente a través del material conductor. Como  $E = 0$  dentro del conductor, la densidad de flujo eléctrico  $d\Phi_E/dA$  es cero para cualquier parte de  $S$ , por lo que el flujo total a través de  $S$  es cero. Por la ley de Gauss, la carga eléctrica dentro del volumen encerrado por  $S$  también debe ser cero. Dividiendo el conductor en pequeños volúmenes, podemos eliminar por partes la posibilidad de que haya carga eléctrica en cualquiera de esos volúmenes. Así, para un conductor eléctrico en equilibrio, la carga eléctrica neta sólo puede residir en sus superficies. Este resultado depende fundamentalmente de la ley de Gauss.

El campo eléctrico debido al fluido eléctrico surge únicamente de la carga superficial. En general, esta distribución de la carga superficial es compleja y difícil de determinar.

### 5.3. El exterior de un conductor uniforme $E$ es normal a la superficie

Consideremos un conductor eléctrico que es uniforme (o localmente uniforme) a lo largo de su superficie. (Aquí, uniforme significa que el orden atómico es uniforme.) Si el campo eléctrico tuviera una componente paralela a la superficie, una corriente eléctrica fluiría a lo largo de la superficie, en contra de la suposición de equilibrio. Por lo tanto, en el equilibrio, el campo eléctrico es normal a la superficie, vea la figura 5.

El resultado de que  $E$  es normal a la superficie también se puede obtener desde el punto de vista de Faraday. Imagínese que se congela la carga móvil (el fluido eléctrico) en un objeto conductor neutro y que se coloca en un campo externo. Con la carga en el conductor congelada en su lugar, estas líneas de campo, debidas sólo al campo externo, pasan a través del conductor sin ser afectadas. Según la opinión de Faraday, al descongelar la carga móvil, las líneas de campo, a cuyos extremos está unida la carga móvil, se acortan debido a la tensión de las líneas de campo (sujeto a la restricción de que las líneas no se vuelvan demasiado densas, debido a la presión de las líneas de campo). El movimiento se detiene cuando las líneas son normales al conductor y tienen la separación adecuada.

Debido al reordenamiento de la carga en el conductor, el campo eléctrico total es normal a la superficie.

### 5.4. $E = 0$ en la cavidad de un conductor

Considere un conductor eléctrico con superficie exterior  $S_{fuera}$  que es sólido excepto por una cavidad con superficie  $S_{dentro}$ , como en la Figura 10. Consideremos lo que ocurre si hay carga externa o carga en el conductor, pero no hay carga en esa cavidad.

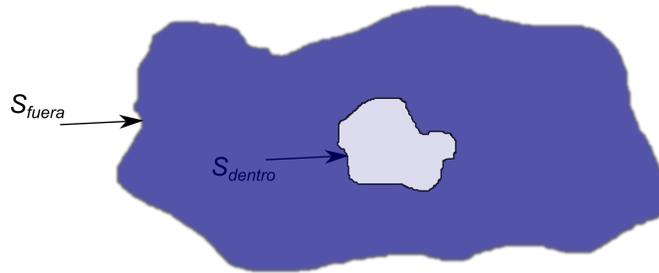


Fig. 10: Un conductor eléctrico con una cavidad.

Para estudiar este caso, utilizamos un resultado casi trivial pero muy importante que puede llamarse el teorema de la expulsión, que afirma que la eliminación de material de un conductor en equilibrio no perturba el campo eléctrico en ninguna parte.

La demostración del teorema de la expulsión es sencilla. Hay dos formas en las que la extracción puede producir un campo eléctrico: (1) El vaciado podría dejar carga volumétrica en el interior, lo que produciría un campo eléctrico. Sin embargo, el interior del conductor es neutro, por lo que la extracción de la cavidad no elimina la carga eléctrica de volumen. (2) Si el material retirado estuviera polarizado, el vaciado podría dejar una carga superficial, que produciría un campo eléctrico. Sin embargo el interior de un conductor sólo puede tener una polarización inducida, proporcional a proporcional a  $E$ . Dado que  $E = 0$ , el interior no está polarizado y, por tanto, la extracción de la cavidad no deja carga superficial. cavidad no deja carga en la superficie.

Dentro de la cavidad del conductor de la figura 10, como el campo eléctrico era cero antes de que hubiera una cavidad, el campo eléctrico es cero después de sacar la cavidad. No hay carga en ninguna parte de la superficie interior del conductor, ya que ya que no había carga allí antes de sacar la cavidad.

## Nota final

Todo lo que está escrito en estas notas representan unas guías que este servidor ha escrito para estimular la discusión y motivar el inicio del estudio de algunos tópicos vistos en clases, por lo que invitamos a todos a profundizar en estos temas y no quedarse sólo con la visión presentada en estas notas.

Busca mas información y recursos  
[sierraporta.github.io](https://sierraporta.github.io)

