

# La carga eléctrica.

D. Sierra-Porta

## Índice

1.	Introducción . . . . .	1
2.	Algunos experimentos sencillos . . . . .	2
2.1.	Experimento de Gilbert moderno y sencillo . . . . .	2
2.2.	Experimento: La bolsa voladora . . . . .	3
2.3.	Este fósforo gira. Otra versión del experimento de Gilbert . . . . .	3
2.4.	Demostración de dos tipos de electricidad . . . . .	4
3.	Conservación de la carga. Cargando eléctricamente un cuerpo. . . . .	4
4.	Métodos de cargar cuerpos eléctricamente . . . . .	5
4.1.	Cargas por fricción . . . . .	5
4.2.	Carga por contacto . . . . .	6
4.2.1.	Carga por conducción usando un objeto con carga negativa . . . . .	6
4.2.2.	Carga por conducción utilizando un objeto cargado positivamente . . . . .	6
4.3.	Carga por inducción . . . . .	7
4.3.1.	Carga de un sistema de dos esferas con un objeto con carga negativa . . . . .	7
5.	Más sobre conservación de la carga . . . . .	8
6.	Cuantización de la carga . . . . .	9
6.1.	Experimento de la gota de aceite de Millikan . . . . .	10
7.	Distribuciones uniformes de carga . . . . .	10
7.1.	Cargas distribuidas linealmente . . . . .	11
7.2.	Cargas distribuidas superficialmente . . . . .	12
7.3.	Cargas distribuidas espacialmente (volumétricamente) . . . . .	14

## 1. Introducción

En un curso normal de cualquier asignatura que se imparte en la Universidad a menudo los estudiantes se enfrentan a los mismos desafíos que los pioneros de los grandes (y pequeños pero importantes) descubrimientos que dan origen a leyes y formulaciones que intentan describir los fenómenos que vemos a diario. Desde luego que como estudiantes partimos muchas veces de cosas que ya sabemos de cursos anteriores, o estudios anteriores o grados iniciales de educación, pero también de fenómenos que vemos a diarios. La diferencia sustancial de nuestra experiencia es que los pioneros o fundadores de la ciencia, han logrado enfocarse y concentrarse en la sistematización y aislamientos de cada uno de estos fenómenos para lograr una comprensión inicial o profunda de lo que vemos en términos de leyes y relaciones que permiten predecir y modelar cada situación.

En el caso de la electricidad y el magnetismo, esta tarea proviene desde muchos años atrás, casi desde el inicio mismo de la historia. Existen referencias históricas acerca de que los Griegos antiguos sabían de la existencia de unas rocas minerales particulares, llamadas magnéticas, que básicamente contienen porciones de óxido de hierro ( $Fe_3O_2$ ). De esta manera desde hace ya muchos años se conocía que algunos objetos experimentaban fuerzas de atracción y repulsión. Desde otro lado del mundo, los Chinos también conocían estos materiales y más aún ya desde hace más de 1800 años, ellos ya usaban algunos artefactos rudimentarios que hoy día son muy parecidos a las brújulas magnéticas y las usaban para la navegación. Hoy día todos estos conocimientos representan los inicios de la comprensión de una física que modela y describe las interacciones electromagnéticas de la materia.

Electricidad finalmente deriva su nombre de *élektron* (o originalmente *ἤλεκτρον*) la cual es la traducción de “ámbar” la cual como sabemos es una resina fosilizada de las que se conocen más de 200 variedades diferentes y usada principalmente como insumo para la joyería. Obviamente, el nombre de electricidad acuñado actualmente es mucho más moderno en el sentido en el que la entendemos hoy día. Ya en el año 600 A.C. Thales de Mileto conocía de algunas de las propiedades eléctricas de este material al descubrir que cuando éste era frotado con un trozo

de tela por ejemplo, algunos materiales ligeros como plumas, pequeños restos de paja y cabello eran atraídos hacia él. Otra muestra más de los prolegómenos a la comprensión de un fenómeno que hoy conocemos bien.

La historia del descubrimiento o concienciación de que los cuerpos tienen una propiedad adicional a las conocidas por interacciones gravitatorias, en este caso las propiedades eléctricas o magnéticas, que se resumen en que los cuerpos poseen cargas, es muy larga, y abarca experiencias y experimentos a lo largo de todo el mundo, en varias civilizaciones y también a lo largo de muchos años. Una revisión interesante y bastante completa acerca de estas cuestiones históricas pueden ser revisadas y consultadas en el libro de Brian Baigrie (*Electricity and Magnetism: A Historical Perspective (Greenwood Guides to Great Ideas in Science)*). <https://www.amazon.com/Electricity-Magnetism-Historical-Perspective-Greenwood/dp/0313333580>. ISBN-13: 978-0313333583, ISBN-10: 0313333580) y disponible también en el libro de Wayne M. Saslow (*Electricity, Magnetism, and Light*). <http://www.sciencedirect.com/science/book/9780126194555>. ISBN: 978-0-12-619455-5).

Por ahora podemos decir que los cuerpos poseen una propiedad distinta a la masa (que produce interacción gravitacional) y que permite establecer interrelación entre ellos desde un punto de vista microscópico. Esta propiedad modernamente la llamamos carga eléctrica y decimos que ahora los cuerpos que poseen cargas eléctricas interactúan produciendo reacciones entre ellos. Más aún nuestros predecesores se dieron cuenta de la existencia de dos tipos de cargas eléctricas que producían consecuencias distintas aun cuando todo puede explicarse con la misma física. Más aún, a estos dos tipos de cargas las llamamos positiva o negativa respectivamente.

## 2. Algunos experimentos sencillos

Como hemos dicho anteriormente algunas civilizaciones y en tiempos antiguos ya se sabía de la existencia de una propiedad de la materia que resultaba curiosa y extraña a la vez. Acá vemos una serie de experimentos sencillos que nos ayudan a entender algunas de estas propiedades. Son actividades que cualquiera pudiera hacer en su casa o en grupo.

### 2.1. Experimento de Gilbert moderno y sencillo

En 1600, el inglés William Gilbert, médico de la reina Isabel, publicó *De Magnete*. Este trabajo, escrito en latín, fue leído ampliamente, e incluso fue mencionado por Shakespeare. Dedicado principalmente al magnetismo, señaló que la tierra parece actuar como un gran imán. Gilbert confirmó personalmente o negó una gran cantidad de reclamos e informes de otros, y mostró cómo repetir sus experimentos, alentando a otros a no creerle.

Una forma de recrear este experimento es la siguiente. Podemos tomar un corcho como el que se consigue en los tapones de las botellas de vino. Lo cortamos a la mitad longitudinalmente y lo colocamos en un envase lleno de agua con la cara plana en contacto con el agua. Buscamos un alambre delgado forrado en plástico como el que es usado para cerrar y sellar alimentos en bolsas para conservación. Esto también pudiera hacerse con un clip (que es más difícil de doblar), o simplemente con un trozo de cable fino con recubrimiento plástico. Ahora la idea es doblar el alambre en forma de W como se muestra en la figura, de tal manera que la punta baja de la W podemos clavarla en el corcho. El corcho a su vez colocado sobre el agua le dará estabilidad a la estructura. Una vez que haya conseguido nivelar y balancear el alambre lo más que se pueda,

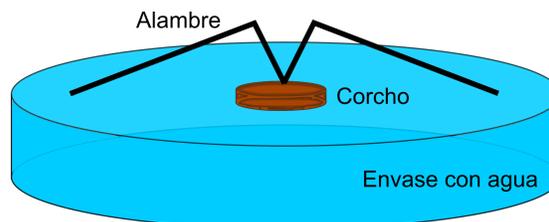


Fig. 1: Simple montaje para el experimento moderno de Gilbert.

entonces tome un peine o un objeto de plástico (que no tenga mucha masa) y frótelo con un trozo de tela por un tiempo. Luego acérquelo cuidadosamente a un extremo de la W (sin tocarlo) y vea lo que pasa, acérquelo al otro extremo y mire lo que pasa. Intente además frotar un pedazo de espuma con algún otro material, o con su propio pantalón y repita el procedimiento. Tome además también un pedazo de cinta adhesiva y péguela sobre una mesa y a continuación retírela muy rápidamente. Para los dos cuerpos anteriores repita lo que hizo con el peine.

Si todo ha salido bien veremos que el alambre W girará en un sentido o en otro dependiendo del material que hayamos acercado a los extremos. Esto es un indicativo que existe una propiedad eléctrica de atracción o repulsión de la materia.

## 2.2. Experimento: La bolsa voladora

¡Cargue un globo y use las cargas eléctricas de electricidad estática para crear objetos voladores! ¿Quién necesita una varita mágica para crear objetos levitando cuando tienes un globo? En el experimento las cargas eléctricas puede resultar en un truco que haría que Harry Potter, Gandalf el Gris e incluso Merlín se pusieran celosos.

Use un par de tijeras para cortar una tira del extremo abierto de la bolsa normal de productos. Una vez que se corta la tira, debe tener una banda o anillo de plástico. Infla un globo a su tamaño completo y ata el extremo. Frota la toalla de algodón sobre la superficie del globo durante 30-45 segundos. Aplane la banda de plástico sobre una superficie dura y frota suavemente la toalla sobre la banda durante 30-45 segundos. Sostenga la banda de plástico aproximadamente 30 centímetros sobre el globo y suéltelo. ¡La banda de plástico está levitando!

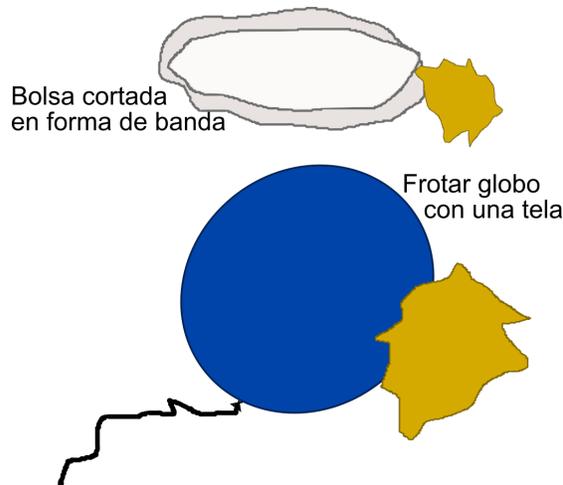


Fig. 2: Simple montaje para el experimento de levitación con un globo y una banda de plástico.

## 2.3. Este fósforo gira. Otra versión del experimento de Gilbert

Cuando se equilibra con cautela un fósforo en el borde de una moneda que también se ha balanceado precariamente en otra moneda, puede parecer que girar la varilla de cerilla hará que todo se caiga. Ese podría ser el caso si fueras a usar tus manos. ¿Qué pasaría si tuvieras que usar electricidad estática para rotar la cerilla?

Coloque una moneda plana sobre una mesa y equilibre cuidadosamente otra moneda verticalmente sobre la primera que está sobre la mesa. Equilibre un fósforo en la moneda verticalmente equilibrada. Teniendo cuidado de no golpear tu aparato balanceado, coloca el vaso de plástico sobre todo el conjunto. Infla y ata un globo. Frota el globo contra tu camisa, cabello o contra una alfombra para generar electricidad estática. Coloca el globo alrededor del exterior del vaso de plástico y observa cómo el fósforo sigue al globo.

## 2.4. Demostración de dos tipos de electricidad

Corte dos cintas de 15 centímetros de largo (etiquétalas como  $T_1$  y  $B_1$ ), y coloca el lado adhesivo de  $T_1$  sobre el lado no pegajoso de  $B_1$ . Sepáralos. ¿Atraen o repelen? ¿Cada uno se siente atraído por tu dedo? (Esto se explica mediante la inducción electrostática en su dedo, si cada cinta está cargada). Pegue los extremos de la cinta al borde de una mesa. Preparar otro conjunto, etiquetado  $T_2$  y  $B_2$ . Registre cómo interactúan las seis combinaciones de pares de cintas (atracción o repulsión). Pegue los extremos de las cintas en el borde de una mesa, separados unos pocos centímetros. Frota un peine por tu cabello y determina cómo el peine interactúa con cada cinta. Frota el lado de una taza de espuma de poliestireno contra su ropa y determine cómo interactúa con cada cinta. Determine el signo de  $T_1$ , y así sucesivamente bajo el supuesto de que el peine es resinoso (negativo).

## 3. Conservación de la carga. Cargando eléctricamente un cuerpo.

En la sección anterior hemos visto que algunos cuerpos en circunstancias especiales y bajo condiciones controladas pueden disponer de una propiedad de carga eléctrica. La cuestión en la que queremos hacer hincapié es en el hecho de que, por ejemplo, el globo podía repeler o atraer el fósforo después de haber sido frotado con el pedazo de tela, lo que quiere decir que sin haber sido frotado el experimento nos ofrece otro resultado o ninguno aparentemente. Esto significa que dicha propiedad eléctrica es inherente al cuerpo siempre y cuando sea activada o no? O en otras palabras, un cuerpo tiene carga eléctrica naturalmente o necesita de algún procedimiento para poderse activar? Esta es una cuestión interesante y además fundamental. Por ejemplo, en el caso de la masa, cuando estudiábamos interacción gravitacional entre dos cuerpos, esta pregunta no tenía lugar ni interés, puesto que todo cuerpo si es geoméricamente finito (aun cuando fuera muy pequeño) tiene masa y entonces en conclusión siente interacción gravitacional. Acá el asunto es que el peine atrae los trocitos de papel solo después de haber sido frotado, antes no. Esto significa que esta propiedad eléctrica o no está disponible hasta ese momento o de alguna manera es neutra.

Por otro lado uno de los experimentos de la sección anterior consiste en darse cuenta que existen dos respuestas posibles para la interacción entre cuerpos (interacción eléctrica). En 1733, Dufay hizo el importante descubrimiento de que dos láminas delgadas de oro, cada una electrificada cuando eran acercadas a un trozo de vidrio que también había sido electrificado consecuentemente se repelían o separaban, pero más aún las láminas también se repelían entre sí. (El vidrio y las hojas de oro estaban cargados con la misma carga, digamos positivamente.) Un estudio sistemático de estas cuestiones también permitió experimentar con un trozo de ámbar, para darse cuenta que el efecto es ahora contrario, es decir, ahora la láminas delgadas de oro eran atraídas por el trozo de ámbar. Dado que por convención se supuso que las láminas estaban cargadas positivamente, entonces de la misma manera se asumió que el ámbar poseía el otro tipo de carga, digamos negativa. Una investigación posterior reveló que existen dos clases de materiales, resinosos (de color ámbar, correspondientes a carga negativa) y vítreos (como el vidrio, correspondientes a carga positiva), que se repelen dentro de cada clase, pero atraen entre las clases. Dufay descubrió que, para que se produjera la repulsión, ambos objetos tenían que estar suficientemente electrificados; de lo contrario, habría una atracción débil (debido al efecto ámbar). Algunas sustancias pueden consumir cualquier tipo de electricidad, dependiendo de cómo se frotaron o tocaron.

Por otro lado en 1745 Franklin, quien con un indudable ingenio, para el momento disponía de una riqueza que le permitía ser bastante libre en sus inclinaciones e investigaciones. Disponía de una gran biblioteca (librería), un laboratorio y dinero proveniente de sus publicaciones para tener la libertad de dedicarse al pensamiento filosófico de las ciencias naturales. ese año, a partir de correspondencia que llegaba a Inglaterra de otras partes de mundo decidió continuar una investigación propia acerca de cómo se relacionaban los rayos y la electricidad del cual fue predecesor Bose. Franklin y sus amigos inmediatamente comenzaron a realizar sus propios experimentos eléctricos. En una serie de cartas, Franklin resumió e interpretó sus experimentos. Quizás lo más importante es que describió un experimento que llevó a Franklin a su primera versión del modelo de fluido eléctrico.

Una cuestión interesante acerca de los experimentos de Franklin, que trataban de metodologías y procesos por el medio del cual ciertos objetos podían ser electrizados o cargados, es el hecho que en su modelo del flujo eléctrico podía transferido de un cuerpo a otro, pero como sucede en la naturaleza y dado los acontecimientos en otras áreas de las ciencias naturales, este fluido no podía ser creado de la nada, lo cual indicaba un principio de conservación para la carga, lo cual simplemente se escribe como

$$Q_{\text{antes}} = Q_{\text{después}} \Rightarrow \sum Q_i = Q_{\text{antes}} - Q_{\text{después}} = 0. \quad (1)$$

Esta ley es simple y profunda al mismo tiempo de lo que se desprenden importantes consecuencias en adelante, además es análoga y permite engrosar el conjunto de leyes conocidas por la física como la conservación de energía, del momentum lineal, o del momento angular, etc. Lo importante acá es que esta simple expresión si bien es cierto no permite determinar nada acerca del proceso mismo de electrificación o carga de un cuerpo (dado que intervienen muchísimas variables), si que puede dar cuenta de una seguridad acerca de que la cantidad de carga transferida de un cuerpo a otro debe ser igual a la cedida por el primero. Como siempre esta expresión es una ley en toda regla, lo cual quiere decir que es sujeto de experimentación diaria. Como sucede con las demás leyes de la naturaleza, a menudo muchos investigadores en todo el mundo reportan numerosos experimentos en las que inicialmente parecen haber conseguido una excepción a la regla. Afortunadamente, hasta los momentos, ninguno ha sido lo completamente conclusivo o determinante para demostrar que dicha ley no se cumple. Por el contrario, lo que se demuestra a diario es que no hay (hasta ahora) ningún experimento que demuestre lo contrario.

Lo anterior, y a partir de los experimentos de nuestro predecesores, nos permite ahora puntualizar acerca de las distintas maneras en las que un cuerpo puede adquirir carga eléctrica.

## 4. Métodos de cargar cuerpos eléctricamente

### 4.1. Cargas por fricción

Supongamos que un globo de goma se frota con trozo de tela. Durante el proceso de frotamiento, los átomos del caucho son forzados a estar muy cerca de los átomos del material de tela. Las nubes de electrones de los dos tipos de átomos se presionan juntas y se acercan a los núcleos de los otros átomos. Los protones en los átomos de un material comienzan a interactuar con los electrones presentes en el otro material. Así los átomos de un material, en este caso, los átomos de caucho, son más restrictivos con respecto a reclamación de electrones del otro material. Como tales, los átomos de goma comienzan a tomar electrones de los átomos de la tela. Cuando el roce ha cesado, los dos objetos se han cargado. Uno con exceso de electrones (el globo) que han sido tomados de la tela, y el otro (la tela) queda cargado con exceso de protones ya que ha cedido sus electrones al globo.

El procedimiento de frotar un globo de goma contra tu cabello se realiza con bastante facilidad. Cuando termines, probablemente notarás que el globo de goma y tu cabello se atraen entre sí. En un día seco, incluso puedes soltar el globo y adherirlo a tu cabello. Esta atracción entre los dos objetos cargados es una evidencia de que los objetos que se cargan se cargan con cargas opuestas. Uno tiene carga positiva y el otro tiene carga negativa.

El proceso de carga por fricción resulta en una transferencia de electrones entre los dos objetos que se frotan entre sí. El caucho tiene una atracción mucho mayor para los electrones que para la tela. Como resultado, los átomos de goma sacan electrones de los átomos de la tela, dejando a ambos objetos con un desequilibrio de carga. El globo de goma tiene un exceso de electrones y la piel del animal tiene una escasez de electrones. Teniendo un exceso de electrones, el globo de goma se carga negativamente. Del mismo modo, la escasez de electrones en la tela lo deja con una carga positiva. Los dos objetos se han cargado con cargas opuestas como resultado de la transferencia de electrones del material que menos ama a los electrones al material que más ama a los electrones.

## 4.2. Carga por contacto

La carga por conducción implica el contacto de un objeto cargado con un objeto neutral. Supongamos que una placa de aluminio cargada positivamente se toca con una esfera de metal neutro. La esfera de metal neutro se carga como resultado del contacto con la placa de aluminio cargada.

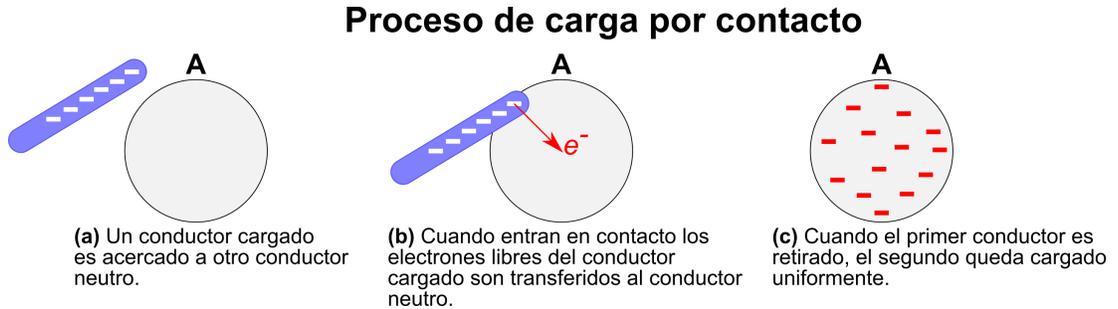


Fig. 3: Proceso de carga eléctrica por contacto.

### 4.2.1. Carga por conducción usando un objeto con carga negativa

Para explicar el proceso de carga por contacto, primero consideraremos el caso de usar una esfera de metal con carga negativa para cargar un cuerpo neutro. Comprender el proceso exige que se comprenda que las cargas similares se repelen. Una esfera metálica cargada negativamente tiene un exceso de electrones. Esos electrones se encuentran repulsivos y se distancian lo máximo posible. El perímetro de la esfera es el extremo al que pueden llegar. De este modo todos estos electrones que se repelen entre si, necesitan buscar otro espacio, necesitan espaciarse lo más posible. Dado este entendimiento de las repulsiones electrón-electrón, no es difícil predecir qué exceso de electrones en la esfera metálica se inclinarían a la esfera neutra cuando fueran tocadas ambas. Una vez que se hace el contacto de la esfera cargada con el cuerpo neutro, un número incontable de electrones en exceso de la esfera se mueve hacia el cuerpo y se extiende alrededor del sistema de esfera-cuerpo. En general, el objeto que ofrece la mayor cantidad de espacio para alojar los electrones será el objeto que albergará el mayor número de electrones en exceso. Cuando se completa el proceso de carga por conducción, el cuerpo adquiere una carga negativa en exceso debido al movimiento de los electrones desde la esfera metálica. La esfera metálica todavía está cargada negativamente, solo que tiene menos carga negativa en exceso que antes del proceso de carga por conducción.

### 4.2.2. Carga por conducción utilizando un objeto cargado positivamente

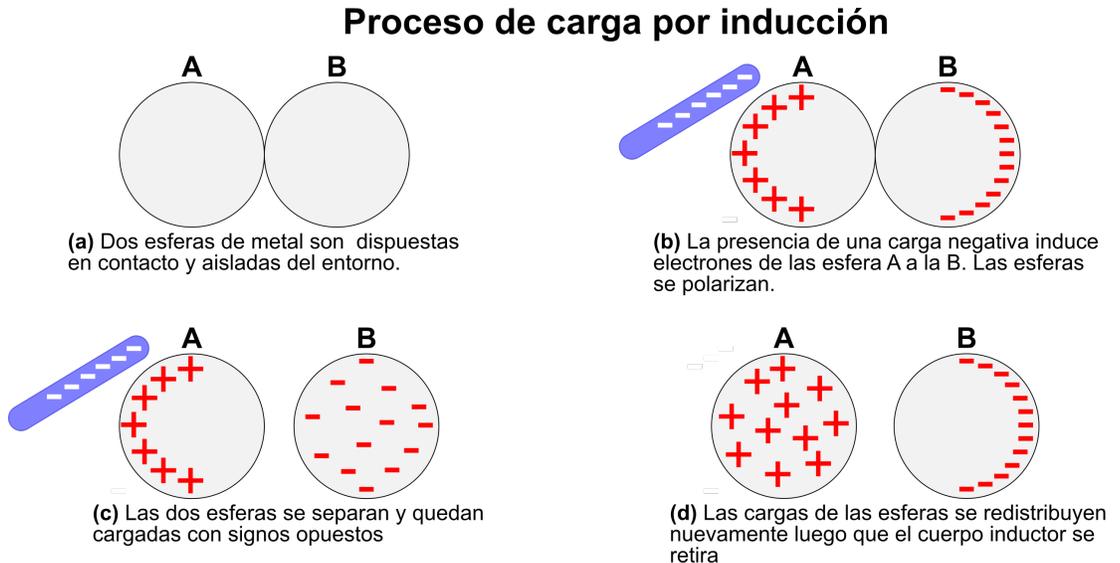
El ejemplo anterior de carga por conducción involucraba tocar un objeto cargado negativamente con un objeto neutro. Al entrar en contacto, los electrones se movieron desde el objeto cargado negativamente al objeto neutro. Cuando terminó, ambos objetos se cargaron negativamente. Pero, ¿qué sucede si un objeto cargado positivamente se toca con un objeto neutro? Para investigar esta pregunta, consideramos el caso de una placa de aluminio cargada positivamente que se utiliza para cargar una esfera de metal neutro por el proceso de conducción.

Una placa de aluminio cargada positivamente tiene un exceso de protones. Cuando se mira desde una perspectiva electrónica, una placa de aluminio cargada positivamente tiene una escasez de electrones. En términos humanos, cada exceso de protones cargados positivamente será una situación de desequilibrio y estos necesitarán electrones para alojar, producto de las interacciones de cargas de distinto signo en las cuales hay atracción. Sin embargo, dado que un protón está estrechamente unido en el núcleo de un átomo, es incapaz de dejar un átomo en busca de un electrón. Sin embargo, puede atraer un electrón móvil hacia sí mismo. Entonces, cuando la placa de aluminio cargada positivamente se toca con la esfera de metal neutro, innumerables electrones en la esfera de metal migran hacia la placa de aluminio. Existe una migración masiva

de electrones hasta que se redistribuye la carga positiva en el sistema de esfera de metal y placa de aluminio. Habiendo perdido electrones en la placa de aluminio cargada positivamente, hay una escasez de electrones en la esfera y una carga general positiva. La placa de aluminio todavía está cargada positivamente, solo que ahora tiene menos carga positiva en exceso que antes de que comenzara el proceso de carga.

### 4.3. Carga por inducción

La carga por inducción es un método que se utiliza para cargar un objeto sin tocarlo realmente con ningún otro objeto cargado. Una comprensión de la carga por inducción requiere una comprensión de la naturaleza de un conductor y una comprensión del proceso de polarización.



**Fig. 4:** Proceso de carga eléctrica por inducción.

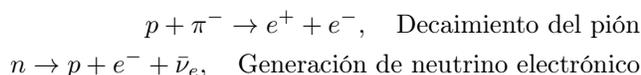
#### 4.3.1. Carga de un sistema de dos esferas con un objeto con carga negativa

Una demostración común realizada en un aula de física implica la carga por inducción de dos esferas de metal. Las esferas de metal se apoyan en soportes aislantes para que cualquier carga adquirida por las esferas no pueda viajar al suelo. Las esferas se colocan una al lado de la otra para formar un sistema de dos esferas. Al estar hechos de metal (un conductor), los electrones pueden moverse libremente entre las esferas, desde la esfera A a la esfera B y viceversa. Si un globo de goma se carga negativamente (tal vez frotándolo con un trozo de tela) y se acerca a las esferas, se inducirá a los electrones a alejarse del globo. Este es simplemente el principio de que las cargas similares se repelen. Estando cargados negativamente, los electrones son repelidos por el globo negativo. Y al estar presentes en un conductor, pueden moverse libremente por la superficie del conductor. Posteriormente, hay una migración masiva de electrones de la esfera A a la esfera B. Esta migración de electrones hace que el sistema de dos esferas esté polarizado. En general, el sistema de dos esferas es eléctricamente neutro. Sin embargo, el movimiento de electrones fuera de la esfera A y dentro de la esfera B separa la carga negativa de la carga positiva. Al observar las esferas individualmente, sería preciso decir que la esfera A tiene una carga positiva general y la esfera B tiene una carga negativa general. Una vez que el sistema de dos esferas está polarizado, la esfera B se separa físicamente de la esfera A mediante el soporte aislante. Una vez que se ha alejado del globo, es probable que la carga negativa se redistribuya sobre la esfera B. Mientras tanto, el exceso de carga positiva en la esfera A permanece ubicado cerca del globo con carga negativa, de acuerdo con el principio de que las cargas opuestas se atraen. A medida que se retira el globo, hay una distribución uniforme de carga sobre la superficie de ambas esferas. Esta distribución se produce cuando los electrones restantes en la esfera A se

mueven a través de la superficie de la esfera hasta que la carga positiva en exceso se distribuye uniformemente.

## 5. Mas sobre conservación de la carga

Desde un punto de vista moderno todas las reacciones de partículas elementales deben conservar carga. A menos que esté considerando el mundo sub-hadrónico, todas las partículas elementales cargadas tienen una carga que es un múltiplo entero positivo o negativo de la carga del electrón. Dada la carga de todas las partículas involucradas en una reacción, la carga neta de las partículas iniciales debe igual a la carga neta de las partículas finales. Esto ocurre en innumerables reacciones de decaimiento en el mundo cuántico en donde tienen lugar estas interacciones. En esencia el decaimiento de partículas elementales o la emisión de ciertos núcleos atómicos producto de interacciones de la materia sub-atómica, produce innumerables partículas secundarias con diferentes propiedades atómicas, sin embargo, como regla general algunas de las propiedades antes y después de la interacción no cambian, permanecen invariables. Esto sucede por ejemplo en el decaimiento elemental de varias reacciones, como



son ejemplos de estos tipos de reacciones en las que la carga es una cantidad conservada. En estos casos en particular véase que el electrón ( $e^-$ ) como partícula fundamental aparece en ambas, acompañada de otras partículas como el neutrino ( $\nu_e$ ), el protón ( $p$ ), el pión ( $\pi^{+, -}$ ), el neutrón ( $n$ ), etc.

estas reacciones ocurren a diario mientras leemos estas páginas en cantidades enormes. Lo importantes es que ninguna de ellas, responsables de los adelantos tecnológicos que tenemos hoy día, violan el principio de conservación de la carga.

Otro ejemplo se presenta en el decaimiento del núcleo de un átomo inestable. La carga eléctrica siempre se conserva en estos procesos. El carbono-10 tiene la relación protón-neutrón de 4 neutrones a 6 protones. Necesita más neutrones para ser estable, por lo tanto, un protón puede convertirse en un neutrón a través de la desintegración beta-plus,



observe que la carga eléctrica se conserva. El carbono-10 tiene una carga de +6, y la carga de boro +5 agregada a la carga de +1 del positrón es igual a +6.

El carbono-14 tiene la relación protón-neutrón 8 neutrones a 6 protones, y esto no está en el rango estable, sin embargo, un neutrón tiene que convertirse en un protón, y lo hace a través de la desintegración beta-menos.



otra vez la carga eléctrica es conservada.

Desde un punto de vista más formal el concepto de conservación de la carga se entiende como una ecuación de conservación aplicada sobre la transferencia de carga de un cuerpo. Digamos que consideramos un cuerpo en el cual la carga encerrada en un elemento de volumen  $V_{vol}$  en un instante de tiempo  $\Delta t$  es  $Q$ , entonces, la fracción de acumulación de carga está dada por  $\Delta Q/\Delta t$ . De esta manera si hay una transferencia de cargar entre el cuerpo y su exterior podemos escribir

$$\frac{dQ}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q}_{dentro}(t) - \dot{Q}_{fuera}(t), \quad (4)$$

donde  $\dot{Q}_{dentro}(t)$  y  $\dot{Q}_{fuera}(t)$  son las razones de cambio de cargas dentro y fuera del cuerpo debido a una transferencia neta general de la propiedad en el instante de tiempo  $t$  sobre la cantidad de volumen  $V_{vol}$ . En este caso el punto denota derivada temporal.

La expresión anterior puede ser integrada para obtener

$$Q(t) = Q(t_0) + \int_{t_0}^t \left( \dot{Q}_{dentro}(\tau) - \dot{Q}_{fuera}(\tau) \right) d\tau. \quad (5)$$

La condición  $Q(t) = Q(t_0)$  para  $t > t_0$  corresponde a la ausencia de cambio en la cantidad de carga en el volumen de control, lo que significa que el sistema ha alcanzado un estado estable. A partir de la condición anterior, lo siguiente también es cierto:

$$\int_{t_0}^t (\dot{Q}_{\text{dentro}}(\tau) - \dot{Q}_{\text{fuera}}(\tau)) d\tau = 0$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{\text{dentro}}(t) = \dot{Q}_{\text{fuera}}(t), \quad \text{para } t > t_0. \quad (6)$$

por lo tanto,  $\dot{Q}_{\text{dentro}}(t)$  y  $\dot{Q}_{\text{fuera}}(t)$  son iguales (no necesariamente constantes) a lo largo del tiempo, entonces la carga general dentro del volumen de control no cambia. Esta deducción podría derivarse directamente de la ecuación de continuidad, ya que en el estado estacionario  $\frac{dQ}{dt} = 0$  se cumple, e implica  $\dot{Q}_{\text{dentro}}(t) = \dot{Q}_{\text{fuera}}(t)$ .

## 6. Cuantización de la carga

La carga eléctrica está cuantizada en unidades de

$$e = 1.60217733(\pm 49) \times 10^{-19} \text{ C (Coulomb)}. \quad (7)$$

Para los propósitos prácticos, esta puede aproximarse a  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ , un valor bastante redondo que puede servir bastante bien en nuestros cálculos. No es muy claro aún como es que este valor cuantiza toda la carga que podemos medir, es algo así como un misterio, al menos filosóficamente hablando, puesto que en experimentos y teóricamente no queda duda ninguna.

Cuando frotamos un pedazo de plástico con un pañuelo, quizás podamos transferir a éste último una cantidad de carga tan grande como  $10^{-9} \text{ C}$ , lo cual corresponde más o menos a una cantidad bastante aproximada de  $10^{10}$  electrones! Son muchas partículas.

Los bloques de construcción de la materia son átomos, que consisten en un núcleo y electrones. El núcleo tiene protones cargados positivamente y neutrones que son de carga neutra. Los electrones con carga negativa se mueven alrededor del núcleo. Se ha observado que la carga eléctrica de todas las partículas es múltiplo entero de un valor elemental de carga. Denotando la magnitud de la carga de un electrón, la carga de todas las partículas es

$$\pm e, \pm 2e, \pm 3e, \dots, \pm Ne, \quad (8)$$

con  $N$  un número entero.

Esto se conoce como cuantización de carga. Las partículas neutras, como los neutrones y los fotones, tienen carga nula. Los físicos han revisado su pensamiento anterior de que las partículas como los neutrones y los protones son partículas fundamentales. Ahora se considera que pertenecen a un grupo de partículas llamadas Hadrones, que están formadas por constituyentes fundamentales llamados quarks, que tienen una carga fraccional de magnitud de un tercio o dos de una carga electrónica. Los electrones, por otro lado, se consideran partículas elementales, pertenecientes a un grupo llamado Leptones.

A nivel subatómico, el núcleo también está compuesto de unas partículas más fundamentales llamadas *quarks*, los cuales vienen en 6 tipos distintos de partículas con cargas de  $\pm(1/3)e$  o  $\pm(2/3)e$ . Por ejemplo, en el núcleo, los protones están constituidos por dos *quarks* UP ( $2 \times (+2/3)e$ ) y un *quark* DOWN ( $1 \times (-1/3)e$ ), sumando un total de  $e = 2 \times (+2/3)e + 1 \times (-1/3)e$ , mientras que los neutrones (que no tienen carga) están compuestos por un *quark* UP ( $1 \times (+2/3)e$ ) y dos *quarks* DOWN ( $2 \times (-1/3)e$ ), sumando un total de cero unidades de carga, como era de esperarse.

La carga eléctrica no depende de la temperatura, la presión, el potencial gravitacional o cualquier otra variable. Es una cantidad verdaderamente fundamental. Más adelante estudiaremos los imanes, que parecen tener carga magnética en sus polos. En este caso, la fuerza de los polos depende de la temperatura, una indicación de que no hay carga magnética verdadera en los imanes, la carga magnética verdadera debería ser independiente de la temperatura.

## 6.1. Experimento de la gota de aceite de Millikan

La cuantización de la carga fue establecida experimentalmente por Robert Millikan en 1909. Millikan pulverizó una fina niebla de gotas de aceite en una cámara al vacío utilizando un atomizador. La cámara tiene dos placas de metal, que se cargan con alta tensión. Algunas de las gotas de aceite encuentran su camino en la región entre estas dos placas a través de un orificio en la placa superior. En esta región se mueven bajo la acción de la gravedad y la resistencia del aire. Si estas gotas se exponen a una radiación ionizante de una fuente de rayos X, algunos de los electrones del aire ionizado se unen a las gotas de aceite, lo que hace que estas gotas se carguen negativamente. Las gotitas están iluminadas por una fuente de luz en ángulo recto a un microscopio de observación. Con un cambio cuidadoso de la tensión, la gota se puede observar durante mucho tiempo. Inicialmente, las placas están descargadas. Una gota adquiere una velocidad terminal  $v_0$  cuando cae entre las placas bajo la acción de la gravedad y la resistencia del aire (Ley de Stoke).

$$\text{Resistencia del aire} = Mg = 6\pi\eta av_0, \quad (9)$$

donde  $a$  es el radio de la gota de aceite y la velocidad terminal podía calcularse midiendo el tiempo que tarde en caer a la otra placa. La densidad y Masa de la gota de aceite son  $\rho$  y  $M$  respectivamente, con  $M = 4\pi a^2 \rho / 3$ . Una vez que se determina la masa, la gota se somete a un campo eléctrico tal que la gota comience a moverse hacia arriba. En esta situación, la resistencia del aire (que es opuesta a la dirección de la velocidad), así como el peso de la gota, equilibra la fuerza eléctrica y la gota adquiere una nueva velocidad terminal  $v$ .

$$qE = mg + 6\pi\eta av \Rightarrow q = \frac{6\pi\eta a}{E}(v + v_0). \quad (10)$$

Midiendo el tiempo de caída entre dos posiciones, se determina la velocidad terminal. Se encuentra que la carga en la gota es un múltiplo integral de una carga elemental. El valor de la carga elemental actualmente aceptado de un electrón es

$$q_e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ Coulomb} \quad (11)$$

El experimento muestra que la carga eléctrica existe en unidades naturales básicas enteras y el valor de la unidad básica es igual a la magnitud de la carga de un electrón.

## 7. Distribuciones uniformes de carga

Hasta ahora hemos hablado de la carga de modo general. Cuando queremos comprobar algunas propiedades sobre la electricidad usualmente hacemos uso de cargas puntuales. Dado que, como se ha demostrado, la carga eléctrica de un objeto extendido parece estar dada en términos de números enteros de cantidad de carga del electrón como partícula fundamental. Usualmente los cuerpos y materiales que conseguimos en la naturaleza no poseen carga, o mejor, poseen carga eléctrica nula. Esto implica que la cantidad de electrones es igual a la cantidad de protones contenidos en el núcleo de los átomos que lo componen. Sin embargo, si se tiene un exceso de electrones, por ejemplo, entonces la carga eléctrica ya no es nula y su carga total será igual a la carga del electrón multiplicada por la cantidad total de electrones en exceso respecto de los protones totales en la distribución de carga. Para medir la carga de un cuerpo normalmente puede usarse un instrumento llamado electroscopio, el cual vamos a describir muy bien en el capítulo siguiente. Sin embargo, este instrumento consiste en un par de láminas delgadas que se encuentra en el interior de un tubo aislado de interacciones exteriores. Las láminas se unen a una esfera metálica en el exterior. Cuando un objeto cargado es puesto en contacto con la esfera anterior, esta transfiere carga a las láminas que se cargan con el mismo signo, entonces las láminas se separan un ángulo determinado. Cuando las láminas se separan y en consideración del ángulo, la carga puede ser estimada.

Cuando no conocemos la carga total de un cuerpo es posible suponer el en algunas ocasiones la carga pudiera estar distribuida uniformemente en la geometría del objeto. Aquí hay tres casos posibles entonces:

- la carga se distribuye linealmente, por ejemplo, si el objeto fuera un alambre muy fino que solo tiene dimensiones de largo,
- la carga se distribuye superficialmente, por ejemplo, si el objeto es geoméricamente plano y tiene dos dimensiones,
- la carga se distribuye voluméricamente, por ejemplo, un objeto material en tres dimensiones.

Veamos algunos casos por separado.

## 7.1. Cargas distribuidas linealmente

Imaginemos que disponemos de una distribución geométrica en la cual las cargas se distribuyen linealmente, es decir, en la dimensión de longitud del material, esto pudiera ser un hilo, o un alambre conductor muy delgado, como los mostrados en la figura 5, etc. En este caso la carga total almacenada en el hilo conductor estará dada simplemente por

$$q_{\text{total}} = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \Delta q_i = \int dq = \int \frac{dq}{ds} ds = \int \lambda ds, \quad (12)$$

en este caso hemos definido una nueva cantidad  $\lambda = dq/ds$  que llamaremos densidad de carga lineal de la distribución. Se dice en este caso que el cuerpo posee una densidad de carga lineal y que podemos considerar la carga por unidad de longitud. Cuando decimos que el cuerpo, en este caso, está uniformemente cargado, suponemos que la carga por unidad de longitud  $\lambda$  es constante, lo que quiere decir que en iguales pedazos de longitud la carga es exactamente la misma o muy aproximadamente la misma. Si la densidad de carga lineal es constante, entonces la carga total es simplemente

$$q_{\text{total}} = \int \lambda ds = \lambda \int ds = \lambda l \Rightarrow \lambda = \frac{q}{l}, \quad (13)$$

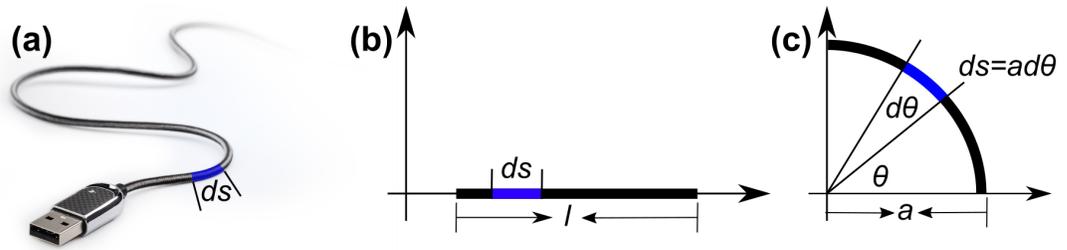
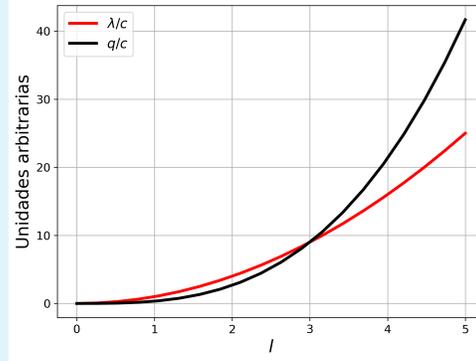


Fig. 5: Distribuciones de carga lineal.

### Ejemplo: Un alambre recto cargado linealmente.

Suponga que el alambre de la figura 5(b) posee una carga distribuida de modo que el material del cual está hecho permite acumular más carga en uno de los extremos del mismo, es decir, suponiendo que designamos uno de los extremos como el punto de origen, digamos que el alambre acumula más carga a medida que la longitud se hace más grande siguiendo el eje  $X$  positivo. Supongamos que el alambre acumula carga siguiendo una ley cuadrática  $\lambda = cl^2$ . En este caso la carga total del alambre estará dada por

$$q_{\text{total}} = \int \lambda ds = \int_0^l cs^2 ds = \frac{c}{3} l^3 \Rightarrow q_{\text{total}} = \frac{c}{3} l^3. \quad (14)$$

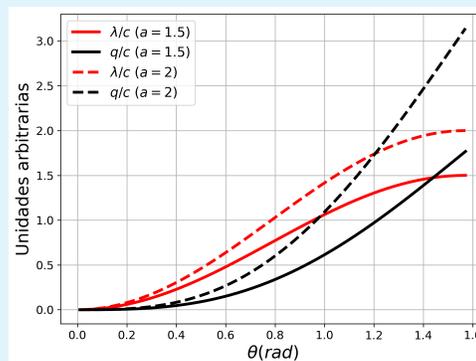


Como podemos ver a medida que aumenta la longitud acumulada de la distribución también aumenta su densidad de carga y por ende también aumenta la carga total acumulada. En este ejemplo  $c$  es alguna constante con unidades de carga por unidad de longitud y es arbitraria. En la figura se muestra en el eje  $Y$  tanto la densidad de carga y la carga total normalizadas por la constante  $c$ .

### Ejemplo: Carga sobre un conductor circular.

Considere la distribución de la figura 5(c) en la cual el conductor tiene una densidad de carga lineal que varía con el ángulo tal que  $\lambda = ca \sin^2 \theta$ , donde  $a$  es el radio de la distribución. En este caso,

$$\begin{aligned} q_{\text{total}} &= \int \lambda ds = \int_0^{\pi/2} \lambda a d\theta = \int_0^{\pi/2} ca^2 \sin^2 \theta d\theta \\ &= ca^2 \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{2} \Big|_0^{\pi/2} = 0.786ca^2. \end{aligned} \quad (15)$$



Véase que la longitud de arco total es  $l = \int ds = \int_0^\alpha a d\theta = a\alpha$ . Como es esperado, si  $\alpha = 2\pi$  (círculo completo), entonces la longitud total es  $l = 2\pi a$ . La densidad de carga promedio está dada por  $\bar{\lambda} = q/l = ca \left(1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\alpha}\right)$ . Si se hubiera considerado un círculo completo de distribución de carga entonces la carga total sería  $ca^2\pi$ . En este ejemplo  $c$  es alguna constante con unidades de carga por unidad de longitud y es arbitraria. En la figura se muestra en el eje  $Y$  tanto la densidad de carga y la carga total normalizadas por la constante  $c$ .

## 7.2. Cargas distribuidas superficialmente

Como en el caso anterior, cuando en este caso las cargas se distribuyen en el área total de una distribución plana decimos que la carga se distribuye superficialmente y en este caso designamos la densidad de carga superficial como

$$\sigma = \frac{q}{A}, \quad (16)$$

donde  $A$  es el área total en la que se distribuyen las cargas. En este caso tendremos que la carga total es

$$q_{\text{total}} = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \Delta q_i = \int dq = \int \frac{dq}{dA} dA = \int \sigma dA. \quad (17)$$

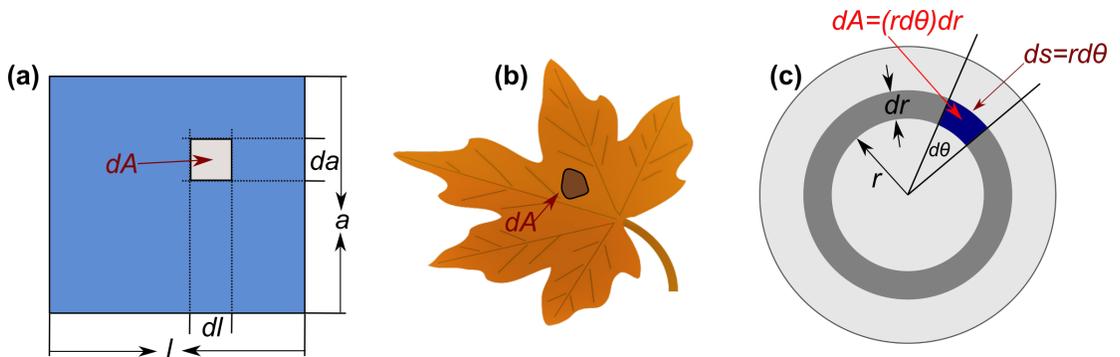


Fig. 6: Distribuciones de carga superficial.

#### Ejemplo: Carga sobre un conductor circular.

Considere la distribución de la figura 6(c) en la cual el conductor tiene una densidad de carga superficial en toda el área del círculo. Como es esperado, el área total del círculo es  $A = \int dA = \int_0^R 2\pi r dr = \pi R^2$ . Dado que el círculo tiene simetría radial entonces podemos escribir

$$q_{\text{total}} = \int \sigma dA = \int_0^R \sigma(2\pi r) dr. \quad (18)$$

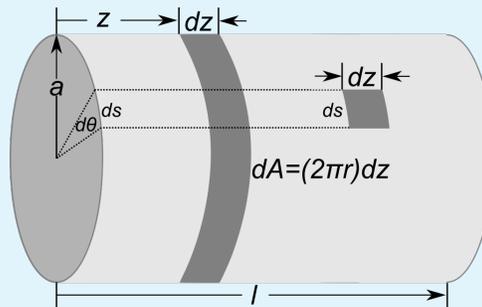
Ahora imaginemos que la densidad de carga superficial está dada por la expresión  $\sigma = \alpha(a^2 - r^2)^{-1/2}$ , donde  $\alpha$  es una constante arbitraria (que tiene unidades de carga por unidad de longitud) y  $a$  es el radio externo del círculo. En este caso,

$$\begin{aligned} q_{\text{total}} &= \int \sigma dA = \int_0^a \alpha(a^2 - r^2)^{-1/2} (2\pi r) dr \\ &= 2\pi\alpha \int_0^a \frac{r dr}{(a^2 - r^2)^{-1/2}} = 2\pi\alpha a. \end{aligned} \quad (19)$$

Así la densidad de carga promedio es

$$\bar{\sigma} = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi a^2} = \frac{2\alpha}{a}. \quad (20)$$

#### Ejemplo: Carga de una superficie cilíndrica de radio $a$ y largo $l$ .



Considere la distribución de carga alojada en la superficie de un cilindro de radio  $a$  y largo  $l$  como en la figura, en la cual la densidad de carga varía de acuerdo a  $\sigma = cz$ , donde  $z$  es la longitud del cilindro medido en el eje de simetría del mismo y  $c$  es una constante arbitraria, la cual tiene unidades de carga por unidad de volumen.

Como es esperado, el área total del círculo es  $A = \int dA = \int_0^l 2\pi a dz = 2\pi a l$ . También podemos ver esto de manera diferencial considerando el pequeño rectángulo o sector superficial con dimensiones  $dz$  y  $ds$ . Véase que  $dA = ds dz = a d\theta dz$ , de este modo si se integra parcialmente desde 0 hasta  $2\pi$ , se obtiene que  $dA = 2\pi a dz$ , y esto nos da el área de la franja circular. Dado que el cilindro tiene simetría axial entonces podemos escribir

$$q_{\text{total}} = \int \sigma dA = \int_0^l (\alpha z)(2\pi a dz) = 2\pi a \alpha \int_0^l z dz = \pi \alpha a l^2. \quad (21)$$

Así la densidad de carga promedio es

$$\bar{\sigma} = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi a l} = \frac{\alpha l}{2}. \quad (22)$$

### 7.3. Cargas distribuidas espacialmente (volumétricamente)

Consideremos un volumen de forma arbitraria (quizás algo como una roca bastante irregular) con una distribución de carga uniforme (aquí, carga por unidad de volumen)  $\rho$  y un volumen total  $V$ . Podemos obtener este volumen por cuadratura (Al igual que en el ejemplo del área, queremos trabajar con símbolos).

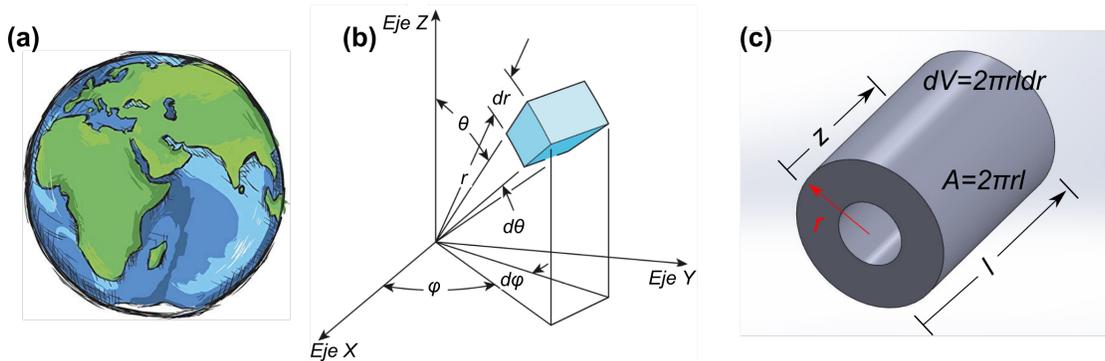


Fig. 7: Distribuciones de carga en volumen.

Alternativamente, si la forma se hubiera esculpido a partir de un bloque de madera de dimensiones conocidas -de modo que pudiéramos obtener el volumen del bloque- y si pudiéramos pesar tanto el bloque completo como la forma esculpida, entonces podríamos deducir el volumen de la forma. La forma tiene una carga total

$$q = \int dq = \int \rho dV = \rho \int dV = \rho V, \quad (23)$$

entonces la carga promedio por unidad de volumen promedio es

$$\bar{\rho} = \frac{q}{V} = \frac{\rho V}{V} = \rho. \quad (24)$$

En términos de cálculos, la manera en la que se procede es exactamente igual que en los casos anteriores.

#### Nota final

Todo lo que está escrito en estas notas representan unas guías que este servidor ha escrito para estimular la discusión y motivar el inicio del estudio de algunos tópicos vistos en clases, por lo que invitamos a todos a profundizar en estos temas y no quedarse sólo con la visión presentada en estas notas.

Busca mas información y recursos  
[sierraporta.github.io](https://sierraporta.github.io)

