

# El campo eléctrico

*D. Sierra-Porta*

## Índice

1.	Introducción . . . . .	1
2.	Obtención del campo eléctrico: experimento . . . . .	2
3.	Obtención del campo eléctrico: teoría . . . . .	4
4.	Visualizando el campo eléctrico. Reglas para dibujar líneas de campo eléctrico . . . . .	5
5.	El dipolo eléctrico . . . . .	7
5.1.	Fuerza, par y energía de un dipolo en un campo uniforme . . . . .	8
5.2.	Consideraciones cuantitativas . . . . .	9
6.	Movimiento de cargas en un campo eléctrico uniforme . . . . .	9
6.1.	Fuerza Constante . . . . .	10
6.2.	Movimiento de la carga . . . . .	10

## 1. Introducción

En electrostática, la fuerza eléctrica entre dos cargas puede considerarse una acción instantánea a distancia, sin importar la separación entre las cargas. Cuando Michael Faraday, a partir de la década de 1830, adoptó una visión alternativa basada en líneas de fuerza que existen en todas partes en el espacio, la mayoría de los otros expertos en electricidad lo consideraron superfluo. Sin embargo, más de un siglo antes, Isaac Newton, a pesar de su éxito cuantitativo al describir la gravedad a través de la acción a distancia, sintió que una respuesta instantánea es insostenible: cuando una estrella distante se mueve, por acción a una distancia, una masa a años luz de distancia debería sentir cambió la fuerza gravitacional instantáneamente.

Del mismo modo, Faraday creía que una respuesta eléctrica instantánea era insostenible. Repetidamente a lo largo de su larga carrera, Faraday trató de determinar la velocidad a la que se propagan los cambios en las fuerzas eléctricas. Porque, como veremos luego, tales cambios se propagan a una velocidad muy alta (la de la luz, aproximadamente  $3 \times 10^8$  m/s), Faraday no pudo medir esta velocidad con los métodos de su tiempo. Sin embargo, mediante una experimentación exhaustiva y autocrítica, Faraday probó sus ideas, rechazando algunas y refinando otras, en última instancia empleando el concepto de líneas de fuerza magnéticas de formas completamente nuevas y extendiendo este concepto del magnetismo a la electricidad. Los conceptos de Faraday recibieron por primera vez forma matemática en 1845 por William Thomson. (Thomson fue nombrado Lord Kelvin, por supervisar el tendido del primer cable de telégrafo transatlántico efectivo, en 1865. En este proyecto, hizo una gran aplicación práctica de su conocimiento de la electricidad).

James Clerk Maxwell, en 1855, comenzó su propio programa para desarrollar matemáticamente las ideas de Faraday. Desarrolló el concepto del campo eléctrico, el campo magnético y (cuando se incluyeron los fenómenos dependientes del tiempo) el campo electromagnético. Debido a Maxwell, las líneas de fuerza ahora se llaman líneas de campo. En 1865, descubrió que las ecuaciones resultantes unificaban la electricidad, el magnetismo y la luz. Su predicción de la radiación electromagnética, que se propaga a la velocidad de la luz, es uno de los mayores logros científicos: las comunicaciones por radio, televisión y microondas son todas consecuencias prácticas de ese trabajo. Así, Faraday tenía razón sobre la electricidad: las fuerzas eléctricas se propagan a una velocidad finita. Un ejemplo muy sencillo es como cuando una hoja en un estanque reposa estáticamente hasta que una gota cae cercana a la misma. La hoja no sentirá la perturbación sino hasta un tiempo finito luego de que la gota haya caído.

En 1916, se demostró que Newton tenía razón sobre la gravedad, cuando Albert Einstein desarrolló una teoría (ya que se verificó experimentalmente) en la que el campo gravitacional



**Fig. 1:** Ondas propagándose en medios materiales. El efecto de transmisión de ondas en un medio material para denotar que la velocidad de propagación es finita. La hipótesis de Faraday.

se propaga con una velocidad finita que es la misma que la velocidad de la luz. El concepto del campo gravitacional no surgió hasta después de que el concepto del campo había entrado en el área del electromagnetismo.

La idea del campo eléctrico (a veces llamado campo de fuerza eléctrica) es simple: una carga eléctrica produce un campo eléctrico, y otra carga eléctrica siente una fuerza debida a ese campo. Un ejemplo de un campo, y de las interacciones a través de un campo, se puede ver en la interacción de un zancudo en una superficie de agua cuando una hoja cae cercanamente. El peso de la hoja deprime la superficie del agua, y el zancudo puede sentir las depresiones producidas por el peso de la hoja (vea la Figura 1).

El campo, en ese caso, es la distorsión de la superficie del agua. Las dos zancudas interactúan a través de ese campo. Cuando uno se mueve, la distorsión cambia localmente, y debe haber un retraso de tiempo antes de que el cambio haga sentir su presencia en el otro. Del mismo modo, la carga eléctrica produce un campo eléctrico, y cuando una carga se mueve, debe haber un retraso de tiempo antes de que la señal alcance la otra carga.

Indispensable para describir fenómenos dinámicos, el concepto de campo eléctrico también proporciona información sobre fenómenos estáticos. Las líneas de campo eléctrico para una configuración de cargas eléctricas dan el patrón del campo eléctrico con un cálculo mínimo. El concepto de campo eléctrico tiene dos ventajas adicionales, incluso en electrostática. Primero, debido a que la carga eléctrica es la fuente del campo eléctrico, existe una relación profunda entre las líneas de campo y la carga eléctrica. Desarrollaremos esto más adelante. Segundo, la energía potencial eléctrica puede expresarse en términos del campo eléctrico.

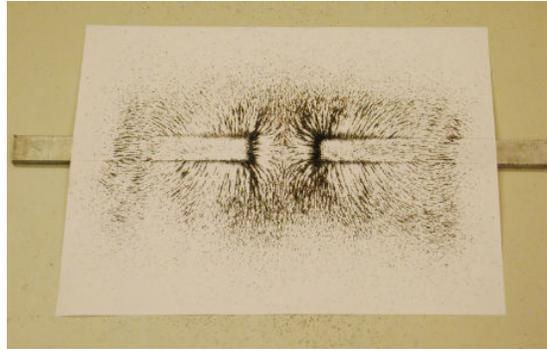
## 2. Obtención del campo eléctrico: experimento

El campo magnético cerca de un imán se puede visualizar con limaduras de hierro (Ver Figura 2), experimento que vamos a ver con detalle más adelante cuando estudiemos la ciencia del magnetismo.

Del mismo modo, el campo eléctrico cerca de un cuerpo cargado eléctricamente se puede visualizar con semillas de hierba (Ver Figura 3).

Ni las limaduras de hierro ni las semillas de hierba tienen propiedades eléctricas o magnéticas permanentes, pero son más magnetizables y polarizables a lo largo de sus ejes. Debido a que los ejes de las limaduras de hierro y las semillas de pasto no tienen sentido preferido, la dirección del campo es ambigua. Una analogía con la gravedad conduce a una definición precisa del campo eléctrico. El campo gravitacional  $g$  se define como la relación entre la fuerza gravitacional  $F_g$  en un cuerpo de prueba y su masa gravitacional  $m$ :

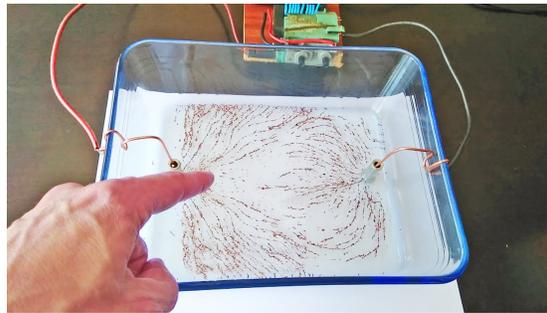
$$F_g = mg \rightarrow g = \frac{F_g}{m}. \quad (1)$$



**Fig. 2:** Líneas de campo magnético dibujadas por medio de un imán.

Neil Armstrong, la primera persona en pisar la luna, puede afirmar que sirvió como una masa de prueba tanto en la tierra como en la luna. Fue la primera persona en confirmar que  $g_{luna} = (1/6)g_{tierra}$ . Cualquier masa  $m$  en la superficie de la luna está sujeta a una gravedad de esa magnitud y siente una fuerza gravitacional  $mg_{luna}$ . Por analogía, el campo eléctrico  $E$  en un punto dado  $P$  se define como la relación de la fuerza eléctrica  $F_e$  en un cuerpo de prueba en  $P$  a su carga eléctrica  $q$

$$F_e = qE \rightarrow E = \frac{F_e}{q}. \quad (2)$$



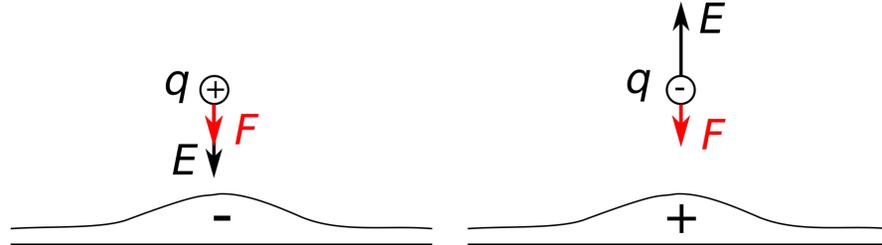
**Fig. 3:** Líneas de campo eléctrico dibujadas por medio de un experimento con una batería y semillas secas.

Experimentalmente cualquier valor de la carga  $q$  dará un valor particularmente distinto del campo eléctrico  $E$ . Es por eso que la idea de campo funciona: es una propiedad del punto en el espacio, no de la carga de prueba (que se coloca para probar dicho campo). La carga de prueba no siente una fuerza debida a sí misma; mientras tanto, el campo eléctrico debido a una carga cualquiera, se debe probar con una carga diferente en el espacio, ya que el campo eléctrico no es más que una redefinición de la fuerza eléctrica (hablando algebraicamente, claro), por lo tanto para tener campo eléctrico se necesita fuerza eléctrica y para ello es necesario otra carga distinta en el espacio, pero el campo eléctrico es debido a la carga inicial, por lo tanto para calcular campo eléctrico es necesario una la carga de prueba. La unidad del campo eléctrico es N/C.  $E$  se llama campo porque se define en todos los puntos  $r$  en el espacio. Para representar  $E$  en la posición  $r$ , dibuje el vector que representa  $E$  con su punto inicial en la posición  $r$ .

Una pequeña advertencia. La carga de prueba  $q$  puede producir inducción electrostática o polarización en materiales cercanos, en proporción a  $q$ , es decir, si la carga de prueba es muy grande entonces también hará fuerza eléctrica sobre la distribución de carga que genera el campo eléctrico, por lo que en vista de esto el campo eléctrico de dicha distribución puede verse afectado. Estas cargas inducidas pueden contribuir al campo eléctrico. Para eliminar este efecto, la carga de prueba  $q$  debe ser muy pequeña:

$$E = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{F_e}{q} \quad (3)$$

Para ver cómo la inducción electrostática puede cambiar el campo eléctrico, considere una lámina de aluminio infinita neutral en todas partes. No produce campo eléctrico:  $E = 0$ . Una carga positiva  $q$ , llevada a la lámina, altera la distribución de los electrones de conducción, desplazando sus orbitales hacia la carga positiva. Esto produce un campo eléctrico que, en el sitio de la carga positiva, apunta hacia la lámina, con una fuerza proporcional a  $q$ . La Figura 4 representa la fuerza  $F$  que actúa sobre  $q$  (flecha oscura), el campo  $E$  en el sitio de  $q$  (flecha sombreada) y la joroba  $-q$ .

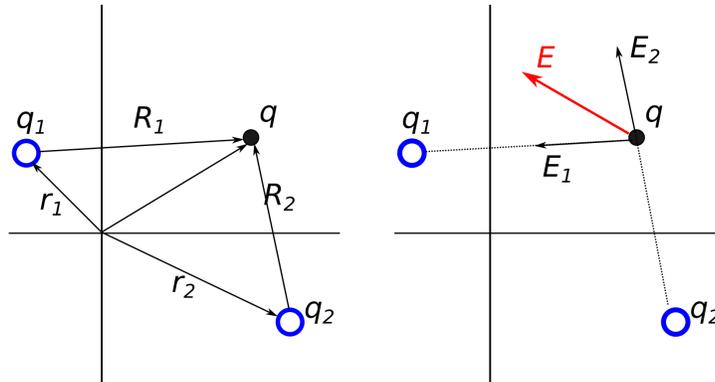


**Fig. 4:** Fuerza en cargas de prueba por encima de una hoja conductora neutral e infinita.

Esta parte de la figura es esquemática; la densidad de carga inducida en realidad no se eleva cerca de  $q$ , sino que es más grande cerca de  $q$ . Si el signo de la carga  $q$  se invierte, el signo de la carga superficial inducida se revertirá, que luego invierte la dirección del campo eléctrico inducido: ahora apuntará lejos de la lámina. En ambos casos, hay una fuerza sobre  $q$ , de magnitud proporcional a  $q^2$ . Por lo tanto, cuando  $q \rightarrow 0$  produce  $E = 0$ . (Un efecto similar ocurre cuando una carga que se lleva a un trozo de papel neutral, como en el efecto ámbar). La carga de prueba debe ser de pequeña dimensión física, tanto para definir la posición de observación de la medición de campo como para minimizar los efectos de polarización o inducción sobre la carga de prueba misma.

### 3. Obtención del campo eléctrico: teoría

Imagine que ha calculado la fuerza  $F_e$  sobre una carga  $q$  en una posición específica, debido a  $q_1$  y  $q_2$ , como en la Figura 5.



**Fig. 5:** Geometría para la fuerza sobre  $q$  debido a  $q_1$  y  $q_2$ . Los vectores en minúsculas se refieren a distancias desde el origen, y los vectores en mayúsculas se refieren a distancias relativas. Campo en el sitio de  $q$ , debido a  $q_1$  y  $q_2$ .

Considere la fuerza  $F_e$  sobre  $q$  en  $r$ , debido a las cargas  $q_i$  en  $r_i$ . Con  $R_i = r - r_i$  entonces tenemos que

$$F_e = \sum_i \frac{kq_i q}{R_i^2} \hat{R}_i = q \sum_i \frac{kq_i}{R_i^2} \hat{R}_i. \quad (4)$$

Y ahora debido a que  $F_e = qE$ , entonces

$$E = \sum_i \frac{kq_i}{R_i^2} \hat{R}_i = \sum_i \frac{kq_i}{R_i^2} \hat{R}_i. \quad (5)$$

En principio, deberíamos escribir  $E(r)$  debido a que el campo eléctrico depende de la posición  $r$ .

Analicemos la ecuación anterior en términos de lo que tenemos como datos. Los datos que podemos tener es la posición de observación  $r$  y la fuente individual de carga  $q_i$  en las posiciones  $r_i$ , para dos fuentes de carga  $q_i$ . El resultado es el conjunto de campos eléctricos individuales  $E_i$  y el campo eléctrico total en  $r$ . Suponiendo que  $q_1 > 0$  y  $q_2 < 0$ , la Figura representa las direcciones para los campos  $E_1$  y  $E_2$ . También representa su suma o resultante  $E$ . Las longitudes relativas de  $E_1$  y  $E_2$  solo pueden determinarse cuando se dan valores reales para  $q_1$  y  $q_2$ ; por lo tanto, la Figura es solo un esquema.

Se obtiene una expresión más explícita para  $E$ , que es útil para cálculos numéricos, usando  $R_i/|R_i|$  en lugar de  $\hat{R}_i$ . Entonces tendremos que

$$E = \sum_i \frac{kq_i}{R_i^2} \hat{R}_i = \sum_i \frac{kq_i}{R_i^3} R_i = \sum_i \frac{kq_i(r - r_i)}{|r - r_i|^3}. \quad (6)$$

#### Ejemplo: Campo eléctrico $E_d$ necesario para causar chispas en el aire.

Para una carga  $q_1 = 10^{-9}$  C (típica de la electricidad estática) a una distancia de 1 cm, encuentre el campo eléctrico. Repita para una distancia de 1 mm. En ambos casos, compárelo con el campo eléctrico por encima del cual se producen chispas (avería eléctrica) llamado también intensidad dieléctrica  $E_d$ . En el aire a presión atmosférica,  $E_d$  es aproximadamente  $3 \times 10^6$  N/C.

**Solución:** Para  $q_1 = 10^{-9}$  C y una distancia de 1 cm,

$$|E_1| = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)(10^{-9} \text{ C})/(10^{-2} \text{ m})^2 = 9 \times 10^4 \text{ N/C},$$

esto es menor que  $E_d$ , por lo que no se producirán chispas. Para el mismo  $q_1 = 10^{-9}$  C y una distancia de 1 mm,  $|E| = 9 \times 10^6$  N/C; esto excede  $E_d$ , por lo que se producirían chispas.

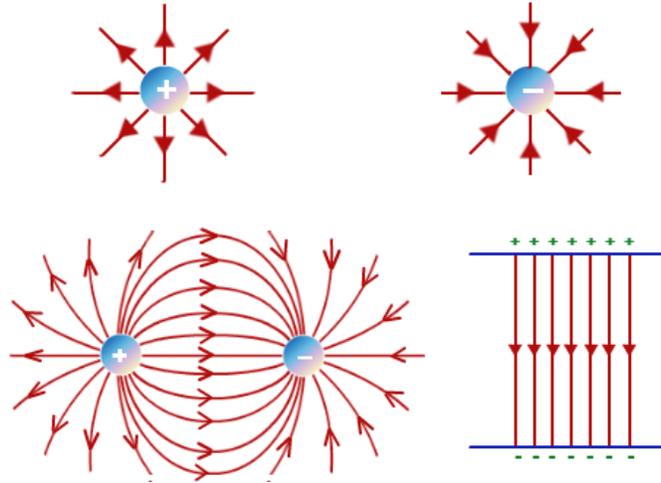
## 4. Visualizando el campo eléctrico. Reglas para dibujar líneas de campo eléctrico

Las líneas de campo, o líneas de fuerza, se utilizan para representar gráficamente el campo eléctrico  $E$ . Para ser una representación precisa, deben tener las siguientes propiedades:

1. Las líneas de campo apuntan en la dirección del campo eléctrico  $E$ . Las líneas de campo no pueden cruzarse. Si dos líneas se cruzaran, entonces la fuerza sobre una carga tendría dos direcciones, lo cual es imposible.
2. Las líneas de campo de densidad de área (el número de líneas por unidad de área en el plano perpendicular a la línea de campo) es proporcional a la magnitud  $|E|$  del campo eléctrico  $E$ . Por lo tanto, cuanto más grande sea el campo, mayor será la densidad de las líneas de campo, y viceversa. Por definición, las reglas 1 y 2 son válidas para cualquier campo vectorial, incluido el campo magnético. Además, para las líneas de campo debido a cargas eléctricas en reposo (electrostática), se aplican las siguientes reglas:
3. Las líneas de campo se originan en cargas positivas y terminan en cargas negativas, siendo el número de líneas de campo proporcionales a la carga. (Esta receta no es única porque diferentes personas, o la misma persona en diferentes circunstancias, podrían optar por usar diferentes números de líneas de campo para la misma carga).
4. Las líneas de campo no se cierran sobre sí mismas.

Estas reglas son simples, pero no son obvias. Se mantienen solo para campos eléctricos debido a cargas eléctricas en reposo. Las líneas de campo magnético no satisfacen las reglas 3 y 4, sino que tienen su propio conjunto de reglas, que estudiamos luego. Estas reglas producen imágenes simples solo fuera de las distribuciones de carga. En todas partes dentro de una bola de carga, las líneas de campo se originan o terminan. Esto causa complicaciones que no necesitamos considerar aquí.

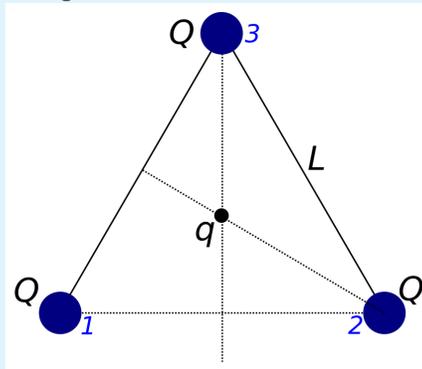
En la figura 6 podemos apreciar diferentes configuraciones de cargas con sus correspondientes líneas de campo. Véase que cuando se está en presencia de dos cargas, las líneas fluyen de una de las cargas (positiva) a la otra carga (negativa). A esta configuración usualmente la denominamos dipolo eléctrico.



**Fig. 6:** Una línea de campo eléctrico es, en general, una curva trazada de tal manera que la tangente a ella en cada punto está en la dirección del campo neto en ese punto. Evidentemente, es necesaria una flecha en la curva para especificar la dirección del campo eléctrico a partir de las dos direcciones posibles indicadas por la tangente a la curva. Una línea de campo es una curva espacial, es decir, una curva en tres dimensiones. Figura tomada de <https://www.toppr.com/ask/content/concept/electric-field-lines-248765/>.

#### Ejemplo: Campo eléctrico debido a tres cargas iguales.

Digamos que hay tres cargas de fuente iguales  $q_1 = q_2 = q_3 = Q$  colocadas en las esquinas de un triángulo equilátero. Si se coloca una carga de observación  $q$  en el centro del triángulo. ¿Cuál es el campo eléctrico neto sobre esta carga?



Se deja de ejercicio.

**Ejemplo: Campo eléctrico debido a cargas iguales en los vértices de un octágono.**

Considere un octágono regular en el cual se colocan 8 cargas iguales, pero cuatro de ellas con carga  $+Q$  y otras cuatro con cargas  $-Q$ . ¿Cuánto es el campo eléctrico debido a las 8 cargas en el centro de la distribución?

Se deja de ejercicio.

**5. El dipolo eléctrico**

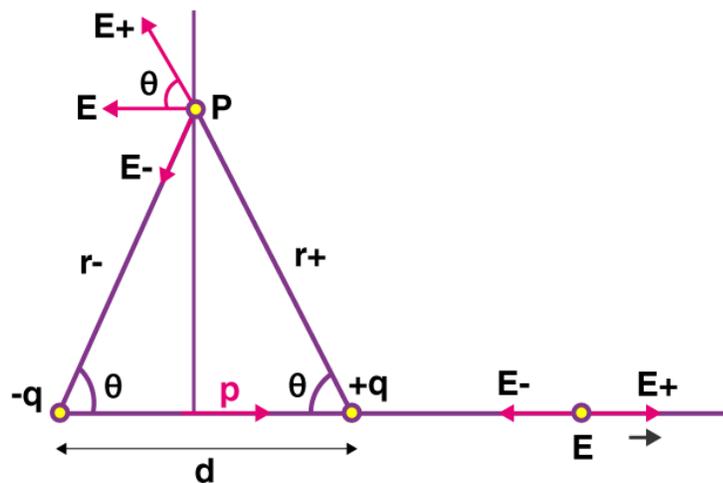
Consideremos un conjunto de cargas que suman cero, para el cual el centro de la carga negativa ( $-q$ ) está a una distancia  $l$  del centro de la carga positiva ( $+q$ ). Su momento dipolar eléctrico apunta desde el centro de la carga negativa hasta el centro de la carga positiva y tiene una magnitud

$$p = ql, \quad (7)$$

en realidad, este se define en una forma análoga a como se define el momento de torsión en cursos anteriores, pero en este caso incluyendo la característica esencial de la electricidad, la carga.

Tal como la masa, el momento dipolar eléctrico  $p$  es una cantidad asociada a un objeto dado, en este caso al dipolo, el cual es el conjunto de las dos cargas. Una molécula de agua es, por ejemplo, un dipolo, en el cual dos átomos de hidrógeno (que pueden verse como uno solo) y un átomo de oxígeno están separados una cierta distancia. Así como esta molécula, hay muchas moléculas que se llaman polares, justo porque un pedazo de distribución de cargas se alogan hacia un lado y otro pedazo a otro lado. Más aún, las moléculas que no son polares, se pueden polarizar cuando se colocan cerca de un campo eléctrico.

Consideremos que dos cargas  $+q$  y  $-q$  están separadas una cierta distancia  $l = 2a$ , el momento dipolar eléctrico será entonces  $p = ql = q(2a = 2aq)$  (Ver figura 7).



**Fig. 7:** Un dipolo es una separación de cargas eléctricas opuestas y se cuantifica mediante un momento dipolar eléctrico.. Figura tomada de <https://byjus.com/physics/dipole-electric-field/>.

Dejemos que el punto de observación se sitúe a lo largo del eje  $Y$  positivo. Como la carga positiva está más cerca del punto de observación, su campo eléctrico ascendente hacia arriba, de acuerdo con la dirección del campo en el punto correspondiente en la figura 7. El vector unitario hacia el observador es  $\hat{j}$  para ambos  $\pm q$ . Entonces,

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{kq}{(y-a)^2}\hat{j} + \frac{k(-q)}{(y+a)^2}\hat{j} = \frac{kq(y-a)^2 - kq(y+a)^2}{(y-a)^2}\hat{j} \\ &= \frac{4kqay}{(y^2-a^2)^2}\hat{j} = \frac{2kpy}{(y^2-a^2)^2}\hat{j}.\end{aligned}\quad (8)$$

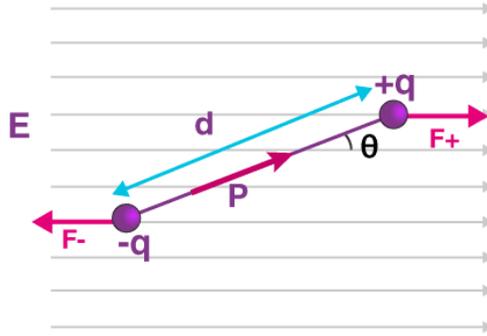
En el límite de la gran distancia, donde  $y \gg a$ , podemos despreciar el término  $a^2$  en el denominador, por lo que tendríamos

$$\vec{E} = \frac{2kp}{y^3}\hat{j} \quad y \gg a. \quad (9)$$

Para una molécula de agua,  $p \approx 6.0 \times 10^{-30}$  C-m. Esto es más o menos que para unos 100 nm, una distancia de unas 1000 veces el tamaño de una molécula de agua, se tiene que  $E = 108$  N/C. Esto es comparable al campo en la atmósfera terrestre.

### 5.1. Fuerza, par y energía de un dipolo en un campo uniforme

Considere un dipolo eléctrico en un campo eléctrico completamente uniforme, como en la figura 8. La fuerza  $qE$  sobre la carga positiva es igual y opuesta a la fuerza  $-q$  sobre la carga negativa, por lo que no hay fuerza neta sobre el dipolo. Un análogo magnético bien conocido es la aguja de una brújula ordinaria en el campo magnético terrestre: la aguja gira, pero la brújula no está sometida a ninguna fuerza neta.



**Fig. 8:** Fuerza, par y energía de un dipolo en un campo uniforme.

Esto se debe a que el campo magnético terrestre es casi uniforme en las proximidades de la aguja de la brújula, por lo que sus polos norte y polos norte y sur sienten fuerzas iguales y opuestas. Sin embargo, un imán colocado en el campo magnético casi uniforme de la tierra siente un par de torsión  $\tau$  que tiende a hacer que apunte hacia el polo norte. Más adelante describiremos el imán como un dipolo magnético en un campo magnético uniforme, por lo que diremos que el dipolo magnético siente un par de torsión que tiende a alinearlo con el campo magnético.

Consideremos ahora el caso análogo de un dipolo eléctrico permanente  $p$  en un campo eléctrico uniforme  $E$  (El dipolo podría ser la molécula de agua de la que hemos hablado antes. El dipolo eléctrico  $p$  siente un par de torsión que tiende a alinearlo con el campo eléctrico  $E$ . Para determinar el valor del par de torsión  $\tau$ , considere que hay dos cargas  $\pm q$  conectadas por una varilla de longitud  $l$ , las cargas en las posiciones  $\pm l/2$  (así,  $p = ql$ ). Sea un campo uniforme  $E$  que apunta a la derecha. La fuerza sobre cada una de las cargas es  $mqE$ . Por lo tanto, el torque  $\tau$ , medido desde su punto medio, es

$$\tau = \left(\frac{l}{2}\right) \times (qE) + \left(\frac{-l}{2}\right) \times (-qE) = ql \times E. \quad (10)$$

Con  $p = ql$ , entonces se tiene que

$$\tau = p \times E \quad (11)$$

Para el dipolo y el campo de la figura 8, el uso de la regla de la mano derecha del producto vectorial da como resultado un par de torsión que está en la página, que tiende a causar una rotación en el sentido de las agujas del reloj del dipolo.

Podemos obtener la energía utilizando una analogía con la gravedad. Allí, una sola masa  $m$  en la posición  $r$  en un campo gravitatorio uniforme  $g$  tiene una energía potencial gravitatoria  $U_{grav} = mgy$ , o bien  $U_{grav} = -m(\vec{g} \cdot \vec{r})$ , con  $\vec{g} = -g\hat{y}$ .

Por analogía, una carga simple  $q$  en la posición  $r$  en un campo eléctrico uniforme  $E$  tiene energía potencial eléctrica

$$U_e = -q(\vec{E} \cdot \vec{r}). \quad (12)$$

Si ahora aplicamos esto a nuestras dos cargas, al sumar sobre ambas tenemos

$$U_{dipolo} = - \left[ q \left( \vec{E} \cdot \frac{\vec{l}}{2} \right) \right] - \left[ -q \left( \vec{E} \cdot \frac{-\vec{l}}{2} \right) \right] = -q\vec{E} \cdot \vec{l}, \quad (13)$$

o bien sabiendo que  $p = ql$

$$U_{dipolo} = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \quad (14)$$

Cuando  $p$  y  $E$  están alineados, entonces  $\vec{p} \cdot \vec{E} = pE$ , la energía es minimizada, como sería de esperarse.

## 5.2. Consideraciones cuantitativas

Consideremos un dipolo con  $q$  en  $r+l$  y  $-q$  en  $r$ . La fuerza sobre la combinación viene dada por

$$F = qE \left( r + \frac{l}{2} \right) - qE \left( r - \frac{l}{2} \right), \quad (15)$$

donde  $E$  se evalúa en  $r \pm l/2$ . Queremos evaluar esto cuando  $E$  varía lentamente en el espacio. Consideremos primero la aproximación rectilínea aplicada a una función sólo de  $x$ . Si  $a$  es pequeño, entonces  $f(x+a) - f(x)$  está casi dada por la pendiente  $m = df/dx$  por la diferencia de coordenada  $a$ :  $f(x+a) - f(x) \approx (df/dx)a$ . Ahora incluyamos las diferencias de coordenadas en las tres direcciones, y dejemos que  $f = qE_x$ , por lo que  $f(x) \rightarrow f(x, y, z) = qE_x(x, y, z)$ . Entonces  $f(x+a)$  se generaliza a  $qE_x(x+l_x, y+l_y, z+l_z)$ , por lo que  $f(x+a) - f(x)$  se generaliza a

$$F_x = ql_x \frac{dE_x}{dx} + ql_y \frac{dE_x}{dy} + ql_z \frac{dE_x}{dz} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) E_x, \quad (16)$$

donde por su puesto recordamos que  $\vec{p} = q\vec{l}$ , y entonces tambien

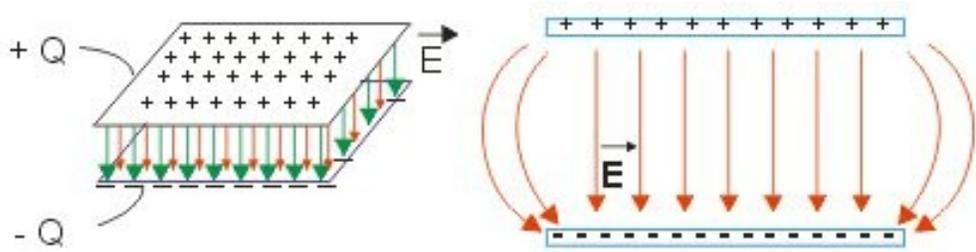
$$\vec{\nabla} := \hat{i} \frac{d}{dx} + \hat{j} \frac{d}{dy} + \hat{k} \frac{d}{dz}, \quad (17)$$

con ecuaciones similares para  $F_y$  y  $F_z$ . (La cantidad  $\vec{\nabla}$  se llama operador de gradiente). Para un dipolo  $\vec{p}$  alineado con  $\vec{E}$ , esto dice que el dipolo es atraído a regiones de mayor  $\vec{E}$ . Los dipolos magnéticos tienen un comportamiento análogo.

No es importante que recuerde esta ecuación. Lo importante es que, tal como argumentamos anteriormente, esta fuerza es proporcional al momento del dipolo y a la variación del campo eléctrico en el espacio.

## 6. Movimiento de cargas en un campo eléctrico uniforme

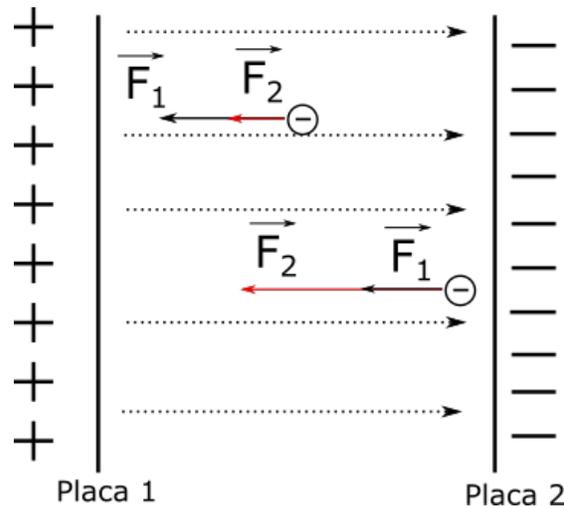
Para establecer un campo eléctrico uniforme, debemos pensar en que las líneas de campo deben ser todas en la misma dirección y con la misma separación. Tal condición se logra al



**Fig. 9:** Campos eléctricos uniformes creados por un par de placas paralelas cargadas.

colocar dos placas cargadas con signos contrarios a una distancia  $d$ , como se muestra en la figura. Sin embargo no es la única manera de hacerlo.

La figura 10 muestra como las líneas de campo salen de la placa positiva y entran en la placa negativa, todas ellas separadas a la misma distancia, con la misma dirección y sentido. Sin embargo lo anterior no es perfecto (ver figura 10), esta condición se da perfectamente en el centro, porque en los bordes se forman distorsiones que hacen que el campo no sea constante. Para nuestro estudio no consideramos aquello y supondremos que es constante en todo el sector.



**Fig. 10:** Campos eléctricos uniformes creados por un par de placas paralelas cargadas (detalle).

## 6.1. Fuerza Constante

La fuerza es constante, pero nos surge la duda, como es aquello posible si la ley de coulomb establece que mientras menor sea la distancia entre la carga, en este caso la carga de prueba y la placa, mayor será la intensidad de la fuerza. La imagen muestra la fuerza que ejerce la placa 1 sobre la carga negativa y la fuerza que ejerce la placa 2. A medida que se aleja la carga negativa de la placa negativa, la fuerza 2 disminuye, pero la fuerza 1 aumenta, sin embargo la suma de ambas permanece constante. De esta manera la fuerza neta siempre será constante, al igual que la aceleración y el campo eléctrico.

## 6.2. Movimiento de la carga

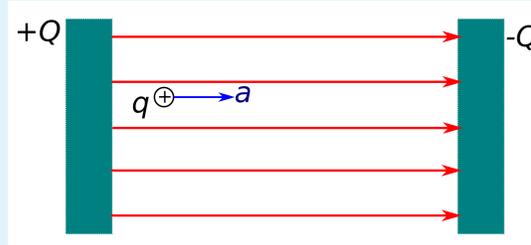
Lo primero que debemos tener en consideración, es recordar que si sobre un cuerpo no existe una fuerza neta en alguna de sus direcciones, entonces su velocidad es constante y la sumatoria de fuerza sobre ella es cero, por lo tanto estamos en presencia de un MRU. Si por el contrario, existe una fuerza neta en alguna dirección, por lo tanto existe una aceleración y ello produce que

la velocidad no se constante, sino que cambia constantemente, es lo que llamamos MRUA. Dado que el campo eléctrico se puede escribir como  $E = F/q$ , y si en efecto una partícula cargada entra en las mediaciones de este campo eléctrico entonces debido a que dicha partícula siente fuerza, esta se acelerará, de modo que su aceleración también debe cumplir con la ley de Newton, por lo tanto esta aceleración es debido a una fuerza  $F = ma$ , con lo cual

$$E = \frac{F}{q} = \frac{ma}{q} \rightarrow a = \frac{qE}{m}. \quad (18)$$

#### Ejemplo: Movimiento de una partícula cargada dentro de un campo eléctrico.

Una carga eléctrica negativa de  $2^{-15}$  C y una masa de  $7.6 \times 10^{-22}$  kg penetra en un campo eléctrico de 4000 N/C a una velocidad de  $4 \times 10^6$  m/s de forma paralela y del mismo sentido al campo:



¿Cuánto tiempo necesita para que un momento dado, su velocidad sea 0 (se detenga)?

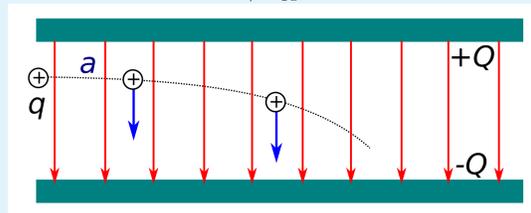
**Solución:** Dado que la partícula se mueve en la misma dirección del campo, entonces permanecerá moviéndose paralelo a las líneas de campo en movimiento acelerado, en este caso,

$$v_f = v_i - at \rightarrow t = \frac{v_f - v_i}{-a} = \frac{mv_i}{qE}, \quad (19)$$

por lo tanto sustituyendo valores numéricos se tiene la solución buscada de  $t = 3.8 \times 10^{-13}$  s.

#### Ejemplo: Movimiento de una partícula cargada dentro de un campo eléctrico.

Tenemos el siguiente campo eléctrico entre dos placas metálicas cuya intensidad es de  $10^4$  N/C. Las líneas de Fuerza del campo eléctrico, como ves, tienen sentido hacia abajo. Una partícula cuya carga eléctrica positiva es de  $8 \times 10^{-17}$  C y tiene una masa  $6 \times 10^{-28}$  kg penetra perpendicularmente en el campo eléctrico a una velocidad de  $2.7 \times 10^6$  m/s ¿podrías calcular la ecuación de su trayectoria?



Vea que ahora la aceleración es perpendicular a las placas y paralela al campo. La partícula se moverá en dos dimensiones.

Se deja de ejercicio.

### Nota final

Todo lo que está escrito en estas notas representan unas guías que este servidor ha escrito para estimular la discusión y motivar el inicio del estudio de algunos tópicos vistos en clases, por lo que invitamos a todos a profundizar en estos temas y no quedarse sólo con la visión presentada en estas notas.

Busca mas información y recursos  
[sierraporta.github.io](https://sierraporta.github.io)

